

APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS EM UM RESTAURANTE LOCALIZADO NA REGIÃO METROPOLITANA DE BELÉM

Ícaro Matheus de Almeida Castro (Coordenação de Engenharia de
Produção / CCNT / UEPA)
mathacastro.mc@gmail.com

Raissa Maués Nascimento (Coordenação de Engenharia de
Produção / CCNT / UEPA)
raissamaues22@gmail.com

Roberta de Lima Sabathe (Coordenação de Engenharia de
Produção / CCNT / UEPA)
betasabathe@hotmail.com

Gabriel Correa Bandeira (Coordenação de Engenharia de
Produção / CCNT / UEPA)
gcorreabandeira@hotmail.com

Yvelyne Bianca Iunes Santos (Coordenação de Engenharia de
Produção / CCNT / UEPA)
yvelynesantos@gmail.com



A teoria das filas é responsável por estudar a formação de filas através de análises matemáticas para encontrar um ponto de equilíbrio que satisfaça os clientes e seja viável economicamente para a empresa. Dessa forma, este artigo foi desenvolvido em um r

Palavras-chave: Teoria das filas, sistema de atendimento, taxa de ocupação

1. Introdução

As filas estão presentes nos mais variados momentos do cotidiano da população, porém nem sempre é a melhor experiência esperar por minutos ou, até mesmo, horas em uma. Segundo Arenales et. al. (2015), existem inúmeros tipos de filas de espera que estão presentes seja em sistemas de produção ou serviços, desse modo, para o surgimento delas faz-se necessário a alta demanda por certo serviço ou produto, com taxa de chegada e tempo de atendimento elevados.

A lei das filas é determinada por uma série de fatores que influenciam na dinâmica de cada local, como os fluxos urbanos sazonais, o tipo de atividade econômica e os hábitos próprios da cultura local. Em Belém (capital do estado do Pará), a Câmara Municipal estabeleceu em junho do ano 2000, a Lei nº 8.020, que dispõe sobre o prazo máximo de atendimento às pessoas que utilizam serviços na capital. De acordo com um estudo das filas bancárias em Belém, a Secretaria Municipal de Economia (SECON) informou que de 89 agências fiscalizadas, 90% descumpriam a legislação, em relação à adequação do tempo de espera do cliente disposição de bebedouros dentro da agência e cadeiras disponíveis.(COMUS, 2016).

Dessa forma, o presente trabalho tem como objetivo fazer um estudo sobre o sistema de atendimento aos clientes de um restaurante *fast-food*, localizado em um *shopping center* na cidade de Ananindeua-PA, região metropolitana de Belém/PA, para avaliar através da teoria das filas se as unidades de serviços da empresa são capazes ou não de suprir as necessidades dos clientes. Tendo isso em vista, a pesquisa se justifica pela importância da rapidez no atendimento em *shopping centers* e principalmente, em *fast-foods*, pois essa característica diferencia esses estabelecimentos que são conhecidos por apresentarem uma rotina de atendimento mais corriqueira que em lojas comuns.

Para tal, propôs-se essa pesquisa a seguinte estrutura: na Seção 1, descreve a introdução do estudo, justificando suas contribuições e objetivos; na Seção 2, apresenta-se detalhadamente o método considerado ao desenvolvimento do estudo de caso; na Seção 3, são apresentados e analisados os resultados obtidos a partir da implementação do método apresentado na seção anterior. Por fim, na Seção 4, são apresentadas as considerações finais, nas quais são analisados os resultados obtidos em relação ao alcance do objetivo proposto inicialmente para

essa pesquisa, bem como à identificação de oportunidades ao desenvolvimento de novas pesquisas associadas.

2. Referencial Teórico

2.1. Teoria das filas

Segundo Oliveira et. al (2017), devido a fila estar presente na vida de todos os cidadãos é importante a empresa realizar um tratamento correto a sua fila, visando uma melhor organização da prestação dos serviços para suprir as demandas. Complementando, a teoria das filas é um ramo da Pesquisa Operacional que se objetiva em analisar a relação dos usuários associadas a um sistema, ademais, desenvolve-se como instrumento na operação de sistemas regularizando custos, atrasos e capacidade (ARENALLES *et. al*, 2015). Essa ferramenta trabalha em diversas áreas administrativas de empresas, realizando estudos estatísticos visando a elaboração da distribuição de probabilidades adequadas para a efetivação do modelo necessário para a utilização na empresa.

Segundo Hillier e Lieberman (2012), a teoria das filas busca quantificar o fenômeno da espera em filas, usando medidas representativas como o tempo médio de espera em fila, o tamanho médio de uma fila e a média de utilização da instalação. Ao observar o fluxo de clientes, verifica-se que estes não chegam num fluxo contínuo durante o dia, há momentos de maior e menor concentração, gerando momentos de fila e outros de ociosidade (ARAÚJO *et. al* 2017).

2.2. Características do sistema das filas

Segundo Arenales (2018), as filas podem estar dispostas em canais, que são resumidos e definidos a seguir:

- Canal único, fase única: equivale-se em um único atendente e uma única fila, sendo o tipo mais simples de estrutura da fila de espera;
- Canal único, fases múltiplas: consiste-se em um atendente e várias filas, apresentando um fator crítico quanto a quantidade de itens permitidos à frente de cada serviço, constituindo filas de espera separadas;
- Canais múltiplos, fase única: resume-se em vários atendentes e uma única fila, possuindo dificuldade nos diferentes tempos de serviço dedicados a cada cliente que

resultam em velocidade e fluxo desigual entre as filas, além de alguns clientes serem atendidos antes de outros que chegaram mais cedo;

- Canais múltiplos, fases múltiplas: compreende-se em vários canais e várias filas, sendo este caso similar ao anterior, exceto que dois ou mais serviços são realizados em sequência;
- Misto: fundamenta-se em duas subcategorias, a estruturas múltiplas para canais únicos, que se encontram tanto as filas que se unem em uma única fila para o serviço de fase única; e a estruturas de caminhos alternativos que se encontram duas estruturas que diferem nas exigências de fluxo direcional.

Por outro lado, a partir destas disposições de filas, originaram-se três modelos diferentes de sistemas, são eles: sistema de um canal e uma fila com população infinita, sistema de um fila e diversos canais e sistema de um canal com população finita. Segundo Araújo et. al (2017), as características os sistemas de filas são classificadas em dois componentes:

- a) Cliente e tamanho da população: as chegadas, fonte ou população é o elemento que gera os clientes que vão chegar ao sistema. A chegada dos clientes a serem atendidos pode ser de dois tipos de fontes: finita, que limita a chegada de clientes para o serviço e infinita, em que os clientes podem continuar chegando sem parar, ou seja, não existe um número máximo de clientes permitidos;
- b) Disciplinas das filas: as filas em si podem assumir diversas disciplinas, ordem em que os clientes são selecionados. As disciplinas mais comuns são:
 - FIFO: Primeiro a chegar, primeiro a ser atendido;
 - LIFO: Último a chegar, primeiro a ser atendido;
 - Serviço em ordem aleatória;
 - Serviço por ordem de prioridade.

2.3. Distribuição de Poisson

Para Chwif (2014), a distribuição de Poisson consiste em uma curva matemática usada na estatística e na simulação de resultados que expressa a probabilidade de que determinada série de evento ocorram um período de tempo, sendo antes a probabilidade média conhecida. Na Teoria das filas é utilizada devido a chegada de pessoas acontecer independente e aleatoriamente no tempo, essa distribuição pode ser representada pela fórmula 1 a seguir:

$$f(x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!} \quad (1)$$

Onde:

$f(x)$ = probabilidade de chegadas em t período de tempo;

λ = taxa média de chegadas por unidade de tempo;

e = exponencial (2,7183);

x = número de chegadas.

2.4. Teste do Chi-quadrado

De acordo com Zilio (2012) para averiguar se a distribuição proposta pode se aplicar verdadeiramente aos dados analisados é utilizado o teste do Chi-quadrado, utilizando a seguinte fórmula 2:

$$X^2 = \frac{\sum_0^i (O_i - E_i)^2}{E_i} \quad (2)$$

Onde:

x^2 = chi- quadrado;

O_i = frequência Observada;

E_i = frequência calculada.

3. Descrição do sistema

O restaurante analisado está localizado em um *shopping center* na cidade de Ananindeua/PA. Possui dois pontos de atendimento respectivos a uma fila, cada ponto de atendimento tem a função de vender combos de hambúrgueres e receber pagamentos em dinheiro ou cartão, tendo um atendimento automático. Para a realização da atividade foi analisado o sistema caracterizado como FIFO, durante um período que vai das 19h às 20h totalizando 60 minutos em um dia considerado de fluxo normal.

4. Modelagem do sistema

4.1. Chegada dos clientes

O primeiro passo para a elaboração do estudo e execução dos cálculos se deu em cronometrar a frequência de chegada dos clientes por minuto. Com isso foi possível obter 60 dados

(referentes a 1 hora) juntamente com a frequência observada, como o representado na tabela a seguir:

Tabela 1 - Frequência observada, relativa observada e observada acumulada

Número de chegadas em 1 minuto	Frequência observada	Frequência relativa observada	Frequência acumulada
0	22	0,37	0,37
1	26	0,43	0,80
2	9	0,15	0,95
3	2	0,03	0,98
4	1	0,02	1
Total	60	1	

Fonte: Os autores (2018)

De acordo com a curva da frequência relativa observada, é possível analisar que os dados se comportam como uma distribuição de Poisson, com o valor da taxa média de chegada (λ) de 0,9 clientes por minuto.

Figura 1 – Frequência relativa observada



Fonte: Os autores (2018)

De posse destas informações, foi calculado os valores para a frequência relativa calculada, com a finalidade de realizar os testes de aderência gráfica e Chi-quadrado. A tabela a seguir demonstra uma distribuição de Poisson com (λ) igual a 0,90 e 5% de significância para calcular os parâmetros do chi-quadrado.

Tabela 2 - Frequência calculada e Chi-quadrado

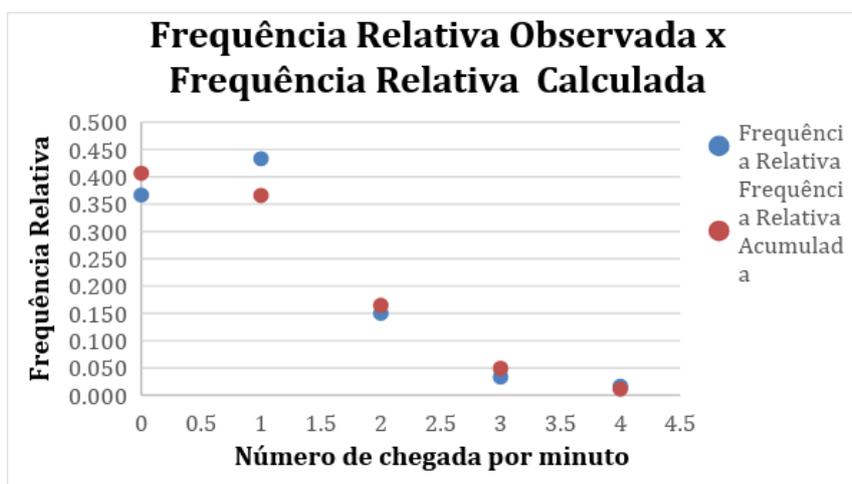
Número de chegadas em 1 minuto	Frequência relativa calculada	Frequência relativa acumulada	Frequência calculada (Ei)	(O _i -E _i)/E _i
0	0,41	0,41	24,39	0,234978014
1	0,37	0,77	21,95	0,745348721
2	0,16	0,94	9,88	0,078319769
3	0,05	0,99	2,96	0,313469287
4	0,01	1,00	0,67	0,166405292
Total	1,00	-	59,86	1,538521083

Fonte: Os autores (2018)

4.2. Testes de aderência gráfica

Os dados da tabela anterior foram plotados com o objetivo de realizar o teste de aderência gráfica para uma distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda = 0,9$ clientes por minuto.

Figura2 – Comparação entre frequências relativa observada e calculada



Fonte: Os autores (2018)

4.3. Testes não paramétricos para a distribuição

O resultado da distribuição do número de chegadas, apresentado no gráfico 2, propõe a possibilidade de aderência à distribuição de Poisson de parâmetro $\lambda=0,9$ clientes por minuto. Para confirmar essa aderência, foi aplicado o teste Chi-quadrado conforme a tabela abaixo.

- H_0 = a variável que representa o número de chegadas por unidade de tempo, segue uma distribuição de Poisson com $\lambda=0,9$ clientes por minuto, com 5% de significância;

- H_1 = a variável que representa o número de chegadas por unidade de tempo, não segue uma distribuição de Poisson com $\lambda=0,9$ com 5% de significância;
- Graus de liberdade: $v=k-m-1=4-1-1= 2$, onde k é o número de intervalos e m é o número de variáveis analisadas;
- Se $X^2, v = \sum_{i=1}^k \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} > X^2, v, \alpha$ então rejeita H_0 ao $\alpha\%$ de significância, onde X^2, v, α é um valor tabelado e X^2, v foi obtido da tabela de distribuição do Chi-Quadrado. Entretanto, como o valor calculado $X^2, v = 1,538 < X^2, v, \alpha = 5,991$ então a H_0 atende a 5% de significância.

4.4. Atendimento ao cliente

Para o recolhimento dos dados de cada caixa, foram cronometrados durante o período de tempo, os tempos gastos pelos funcionários, com cada cliente, para realizar a venda de alimentos e recebimento de pagamentos. Assim, foram utilizados todos os dados coletados para a melhor visualização, os mesmos foram distribuídos em intervalos de tempo igualmente espaçados em 55 segundos. Para o teste da distribuição, os tempos foram divididos em 8 classes, assim, foi possível obter as frequências para todos os intervalos, conforme mostra a tabelas 3 e 4.

Tabela 3 - Frequência observada para atendimento

Tempo (seg)	Frequência observada (O_i)		Frequência relativa observada	
	Caixa 1	Caixa 2	Caixa 1	Caixa 2
0-55	3	10	0,13	0,36
55-110	9	10	0,39	0,36
110-165	3	3	0,13	0,11
165-220	5	3	0,22	0,11
220-275	0	0	0	0
275-330	1	1	0,04	0,04
330-385	1	0	0,04	0
385-440	1	1	0,04	0,04
Total	23	28	1	1

Fonte: Os autores (2018)

A partir dos dados anteriores foi possível calcular a frequência calculada, análise gráfica e realização do teste Chi-quadrado para uma distribuição exponencial com taxa média de 0,51 clientes por minuto, aos 5% de significância.

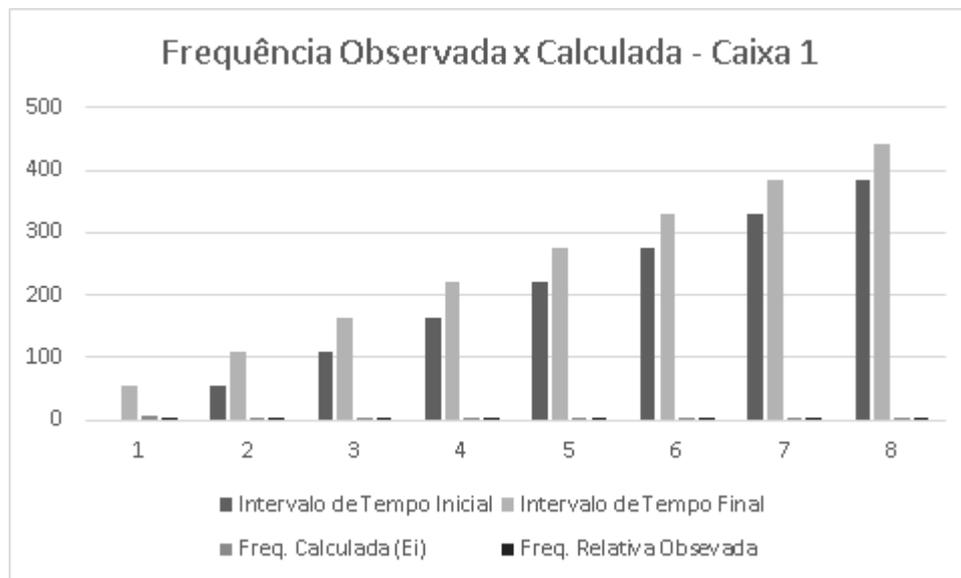
Tabela 4 - Frequência calculada, relativa calculada e *chi-quadrado*

Tempo (seg)	Frequência calculada (Ei)		Frequência relativa acumulada		(Oi-Ei) ² /Ei	
	Caixa 1	Caixa 2	Caixa 1	Caixa 2	Caixa 1	Caixa 2
0-55	7,374	11,830	0,336	0,428	2,594	0,283
55-110	5,010	6,832	0,288	0,247	3,178	1,469
110-165	3,404	3,945	0,155	0,143	0,048	0,227
165-220	2,312	2,279	0,105	0,082	3,124	0,288
220-275	1,571	1,316	0,072	0,048	1,571	1,316
275-330	1,067	0,760	0,049	0,027	0,004	0,076
330-385	0,725	0,439	0,033	0,016	0,104	0,439
385-440	0,493	0,253	0,022	0,009	0,522	2,199

Fonte: Os autores (2018)

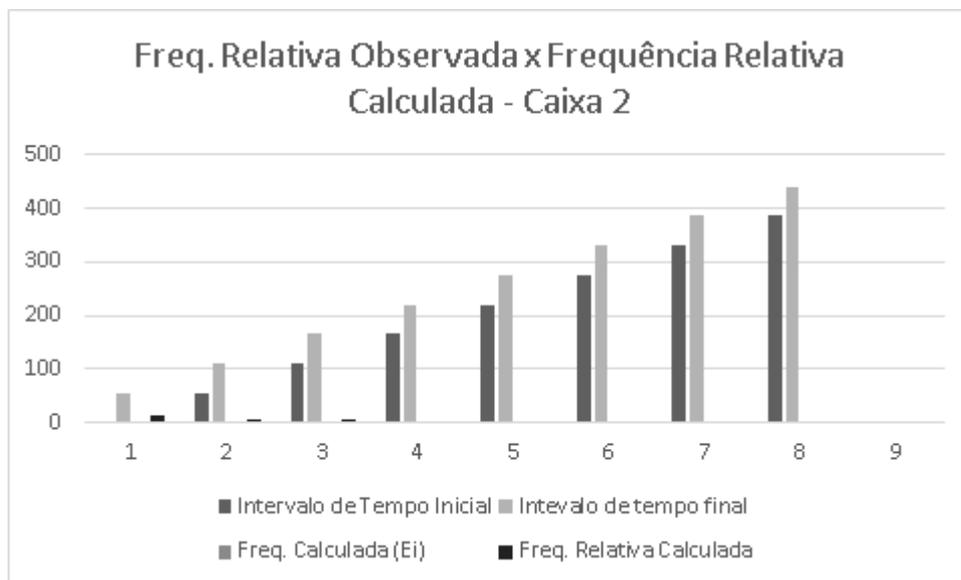
Com o objetivo de obter uma melhor compreensão da relação entre a frequência relativa observada e a frequência relativa calculada, utilizamos os dados da tabela 3, foram elaborados os figura 3 e 4 das frequências relativas para cada caixa.

Figura3 - Frequência para o Caixa 1



Fonte: Os autores (2018)

Figura4 - Frequência para o Caixa 2



Fonte: Os autores (2018)

4.5. Testes não paramétricos para a distribuição exponencial

Os pressupostos testados serão os que a distribuição dos tempos de atendimento de cada caixa fiquem distribuídos exponencialmente em torno de uma média de 3,18 (1/ λ) por minuto,

onde $\chi^2 = \frac{1}{2} * \sum_{i=1}^2 (\frac{O_i - E_i}{E_i})^2$. Além de que o H_0 = a variável que representa o tempo de atendimento não segue uma distribuição exponencial com média igual a 3,18, aos 5% de significância. Já o H_1 = a variável que representa o tempo de atendimento segue uma distribuição Exponencial com média igual a 3,18 aos 5% de significância.

Logo, se $\chi^2 > \chi^2_{\alpha, v}$ então rejeita o H_0 ao $\alpha\%$ de significância.

Tabela 5 Teste para a validação dos dados

C	1	2
χ^2_v	11,14596536	6,236639389
$\chi^2_{v, \alpha}$	5,991	5,991

Fonte: Os autores (2018)

Como $\chi^2_v < \chi^2_{v, \alpha}$, para todos os caixas, então não há indícios para se rejeitar H_0 aos 5% de significância.

5. Modelo de filas

De acordo com a notação de Kendall, onde é levada em consideração a caracterização de chegadas, do atendimento e do número de atendentes, os dados se encaixam no modelo M / M / 2 / ∞ / FIFO com $\lambda = 0,90$ clientes por minutos e $\mu = 0,51$ clientes por minuto.

5.1. Parâmetros calculados

A partir dos resultados de μ e λ , foi calculada a taxa de ocupação do sistema, através da equação:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\rho = \frac{0,9}{1,02} = 0,882 \quad (3)$$

A taxa de ocupação é de 88,20%, verificando que o sistema se encontra estável, ou seja, é permitido utilizar as fórmulas da teoria das filas para o cálculo dos parâmetros apresentados

na tabela a seguir:

Tabela 6–Equações utilizadas

Parâmetro	Fórmula
ρ	$\rho = \frac{\lambda}{\lambda + \mu}$
λ	$\lambda = \frac{\lambda}{\lambda}$
Número médio de clientes no Sistema (NS)	$NS = \lambda + \frac{\lambda^2 (C-1) \rho}{\mu (1-\rho)^2}$
Número médio de clientes na fila aguardando atendimento (NF)	$NF = \frac{\lambda^2 (C-1) \rho^{C+1}}{(\mu - \lambda)! (\mu - \lambda)^2}$
Tempo médio de permanência do cliente na fila em minutos (TF)	$TF = NF / \lambda$
Tempo médio de permanência do cliente no sistema em minutos (TS)	$TS = NS + 1/\mu$

Fonte: Os autores (2018)

5.2. Análise da situação atual do sistema

Utilizando as fórmulas da tabela 6, foram calculados os parâmetros para o restaurante, onde $\lambda=0,9$; $\mu=0,51$ e $C=2$. Obtivemos os seguintes resultados:

Tabela 7 – Resultados encontrados

Parâmetros	Resultados
Probabilidade de Ociosidade do sistema (Po)	6%
Número médio de clientes na fila aguardando atendimento (NF)	6,17
Número médio de clientes no Sistema (NS)	7,93
Tempo médio de permanência do cliente na fila em minutos (TF)	6,85
Tempo médio de permanência do cliente no sistema em minutos (TS)	8,81

Fonte: Os autores (2018)

A partir desses dados, percebe-se que o tempo de espera na fila demonstra-se regular, pois os clientes gastam cerca de 8,81 minutos na espera do processo de compra dos produtos, no qual representa um tempo mediano, demonstrando que o sistema pode congestionar em períodos de alta demanda, mas não proporciona atrasos elevados.

5.3. Variando postos de atendimento

Para melhor análise dos resultados, foi simulado de 1 a 4 postos de atendimento, como mostra a tabela 8 a seguir.

Tabela 8 – Ocupação dos postos de atendimento

C (postos de atendimento)	% Ocupação
1	176%
2	88%
3	59%
4	44%

Fonte: Os autores (2018)

Observa-se que com a utilização de menos de 1 atendente, a taxa de ocupação equivale a 176% evidenciando um sistema congestionado e instável, e com 2 atendentes a taxa de ocupação é 88%, logo o sistema se torna estável, mantendo a qualidade do serviço, no período de tempo analisado. Contudo, a partir de 3 postos o sistema é não é viável ao proprietário do estabelecimento, pois todos estão abaixo de 70% resultando em um sistema ocioso.

A partir destas simulações foi possível realizar os cálculos para parâmetros utilizando de 1,3 e 4 atendentes, apresentados na tabela 9.

Tabela 9 – Resultados com a variação dos postos de atendimento

Número de atendentes	NS	TS	NF	TF	PO
3	2,25	2,5	0,48	0,54	15%
4	1,86	2,07	0,1	0,11	17%

Fonte: Os autores (2018)

A seguir foi realizado o estudo de variação do mínimo de atendentes em função da taxa de chegadas, mantendo a taxa de ocupação em 80% como padrão do estabelecimento.

Tabela 10 – Postos de atendimento em função do λ

C (postos de atendimento)	λ (taxa de ingresso)
$0,408 < \lambda < 0,816$	1
$0,816 < \lambda < 1,224$	2
$1,224 < \lambda < 1,633$	3
$1,633 < \lambda < 2,412$	4

Fonte: Os autores (2018)

Observa-se que se a taxa de chegada (λ) ultrapassar 1,22 clientes/minuto, torna-se necessário acrescentar mais um atendente a fim de manter a qualidade de atendimento e satisfação dos clientes. Se a taxa de chegada assumir o valor de até 2,4 clientes/minuto, então será necessário 4 atendentes, que é o máximo possível no estabelecimento.

6. Conclusões

A partir dos resultados encontrados, é possível afirmar que o sistema em estudo, no horário estudado, está bem dimensionado. Os clientes são atendidos de forma satisfatória, com uma taxa de ocupação de 88%, resultando na ausência de grandes filas, com um tempo de atendimento mediano, além de se apresentar economicamente viável para a empresa. Logo, percebe-se a validação do presente trabalho, haja vista que o modelo de dimensionamento foi desenvolvido, calculando os parâmetros necessários para obter tais resultados.

Dessa forma, foram realizadas simulações aumentando para 3 e 4 caixas de atendimento, e constatou-se que para o fluxo no horário analisado torna-se inviável, pois a taxa de ocupação é menor que 60% demonstrando uma ociosidade do sistema, perante a demanda, resultando no gasto de alocação de mão de obra dispensáveis. Também foram realizadas simulações com 1 caixa disponível para o atendimento e o resultado é visto como um sistema instável, pois a taxa de ocupação igualou-se a 176%, assim, a demanda torna-se alta para um atendente. No entanto, essa simulação pode ser aplicada em dias que o fluxo de clientes é baixo, como em horários e dias de menor pico.

Por se tratar de um *fast-food* em um *shopping* recém-inaugurado, há a possibilidade de em alguns anos a demanda aumentar por conta do crescimento e popularização do *shopping*. Assim, pode-se dizer que o sistema atual é viável, porém, mostra-se necessário para estudos

futuros dar continuidade ao trabalho de Teoria das Filas na empresa, com a finalidade de verificar o crescimento ou redução da demanda, alterações de layout, eficiência de atendimento, analisando um maior período de tempo.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO A. S. et. al. **Estudo da teoria das filas aplicado a uma franquia especializada em lanches do tipo fast-food.** Encontro Nacional de Engenharia de produção. 2017

ARENALES, M. et al. **Pesquisa Operacional.** Rio de Janeiro: Elsevier, 2ª Ed. 2015.

Coordenadoria de Comunicação Social . Disponível em
<<http://www.belem.pa.gov.br/secon/site/2016/06/21/prefeitura-discute-lei-que-limita-tempo-de-espera-em-agencias-bancarias/>> Acessado em 08 de novembro de 2018.

CHWIF, Leonardo, MEDINA, Afonso. **Modelagem e Simulação de eventos discretos: Teoria & aplicações.** Elsevier. Edição, 2014.

Figueiredo D. D; Rocha S. H. **Aplicação da teoria das filas na otimização do número de caixas: um estudo de caso.** Iniciação científica CESUMAR, 2010.

FOGLIATTI, M.; MATTOS, N. **Teoria de filas.** Ed. Interciência, 2007.

Hiller. S. Friederick e Lieberman. J. Gerald. **Introdução à Pesquisa Operacional:** . 9ª.ed. São Paulo: AMGH editora Ltda, 2012.

OLIVEIRA J. J. K. et. al. **Aplicação da teoria das filas em uma rede de cinemas.** Encontro Nacional de Engenharia de produção, 2017.

PEREIRA. Et. al. **Proposta de aplicação de teoria das filas na linha de transporte coletivo de macapá/santana-ap simulado no software arena.** Encontro Nacional de Engenharia de produção, 2017.

SANTOS M. S.; LIRA L. M. L. **Avaliação do atendimento em unidades de pronto atendimento: estudo de caso aplicando teoria das filas.** Encontro Nacional de Engenharia de produção, 2017.

ZILIO, A. F. **Testes qui-quadrado - aderência e independência.** 2012. Disponível em: . Acesso em 15 de novembro de 2018.

TAHA, Hamdy A. **Pesquisa Operacional: uma visão geral.** 8.Ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2008.



XXXIX ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO
“Os desafios da engenharia de produção para uma gestão inovadora da Logística e Operações”
Santos, São Paulo, Brasil, 15 a 18 de outubro de 2019.