

# DESENVOLVIMENTO DE UM ESTUDO DE MINIMIZAÇÃO DE CUSTOS EM UMA DOCERIA USANDO PROGRAMAÇÃO LINEAR

**Isabela Lima Sá (UEPA)**

isabelasa95@outlook.com

**Sofia Franco Henriques (UEPA)**

sofia.f.henriques@hotmail.com

**Rafael Pereira Guerreiro (UEPA)**

rafaelguerreiro44@hotmail.com

**Luan Tatsuya Sasaki (UEPA)**

luansasaki@hotmail.com

**Yvelyne Bianca Lunes Santos (UEPA)**

yvelynesantos@gmail.com



*O estudo foi realizado numa doceria, localizada em Belém, cujas encomendas são responsáveis pela sua maior demanda. A doceria tem dificuldades em controlar os custos e programar as compras de materiais. O objetivo do estudo foi desenvolver plano de compras otimizado através de um modelo matemático para minimização de custos, sem que isso afete a qualidade dos produtos desenvolvidos. Para isso, foram coletadas informações de custos, demanda e produtos utilizados nos processos. Usando o método de programação linear, a partir do software Solver, foi possível determinar a quantidade de produtos a ser comprada para que não haja perdas, além de criar cenários de previsão em meses de alta e baixa demanda, permitindo que a empresa possa se programar financeiramente e adeque sua carga horária à necessidade de produção.*

*Palavras-chave: minimização de custos, programação linear, doceria*

## 1. Introdução

Na cidade de Belém do Pará, o ramo alimentício pode ser considerado como uma grande oportunidade para pequenos empreendedores, pois nota-se que há uma demanda de mercado com poucas opções que satisfaçam o cliente, em localização, qualidade, ambiente e segurança.

No momento atual, as docerias possuem um desenvolvimento notável, então para que uma consiga competir com outras é necessário buscar sempre inovações, redução de custos e aprimoramento das técnicas utilizadas para fabricação.

Neste contexto foi feito um estudo em uma pequena doceria em Belém do Pará buscando soluções para amenizar seus problemas. Partindo da coleta de dados, pôde-se observar que a empresa dispõe de 16 produtos, sendo que cada um deles utiliza ingredientes em quantidades diferentes. Portanto, utilizou-se Pesquisa Operacional e de conceitos relacionados à Programação Linear, além do auxílio da ferramenta *Solver*, presente no software *Microsoft Excel*, para a otimização dos ingredientes e consequentemente minimização dos custos.

## 2. Referencial Teórico

### 2.1 Pesquisa Operacional

De acordo com Hillier & Lieberman (2010), desde o advento da Revolução Industrial, o mundo vivencia um crescimento hiperbólico tanto no tamanho quanto na complexidade das organizações, os antigos ateliês artesanais evoluíram para atuais corporações. Houveram grandes resultados, porém junto com a positividade desses resultados veio a negatividade dos problemas, antigos e novos, enfrentados por essas empresas. Esses tipos de problema e a necessidade de encontrar o melhor caminho para solucioná-los criaram condições necessárias para o surgimento da Pesquisa Operacional (PO).

Para Cardoso (2011) Pesquisa Operacional é uma área que consiste no desenvolvimento de métodos científicos de sistemas complexos, a fim de prever, comparar ou alternar decisões que dêem suporte à definição de um sistema ótimo.

Segundo Hillier e Lieberman (2010) o processo começa com a observação e formulação cuidadosamente do problema, incluindo a coleta de dados relevantes. A próxima etapa é construção de um modelo científico (tipicamente matemático) que tenta abstrair a essência do problema real. Parte-se, então, da hipótese de que esse modelo é uma representação suficientemente precisa das características essenciais da situação e de que as conclusões (soluções) obtidas do modelo também são válidas para o problema real. A seguir, são realizadas experimentações adequadas para testar essa hipótese, modificá-la conforme necessário e, eventualmente, verificar algum tipo de hipótese. Portanto, podemos dizer que a primeira etapa é a observação e formulação, que inclui a coleta de dados relevantes, a segunda etapa é a construção de um modelo matemático através das hipóteses e a última etapa seria a validação do modelo por meio de experimentações das mesmas.

Cardoso (2011) ressalta a importância da verificação de cada etapa, principalmente na formulação e modelagem do problema para que não haja problemas no resultado devido à má formulação inicial.

## 2.2 Programação Linear

A Programação Linear envolve o planejamento de atividades para obter um resultado ótimo, isto é, um resultado que atinja o melhor objetivo especificado entre todas as alternativas viáveis (HILLIER; LIEBERMAN, 2010).

Para, Colin (2011) a Programação Linear (PL), de todas as técnicas gerenciais disponíveis atualmente, é uma das mais poderosas. A PL, é definida por um modelo, variáveis de decisão, parâmetros, função-objetiva, restrições, funções lineares, inequações lineares e algoritmos, e a partir disso a programação linear irá gerar uma solução do problema.

Tanto Colin (2007) quanto Winston (2004) dizem que os problemas de programação linear possuem quatro características necessárias: proporcionalidade, aditividade, divisibilidade e certeza. A proporcionalidade indica que as contribuições de cada variável de decisão são proporcionais ao valor da variável de decisão. A aditividade designa que os relacionamentos entre as variáveis são sempre adições e subtrações, mas nunca outras operações. A

divisibilidade aponta que as variáveis podem ter valores fracionados, ou seja, as variáveis podem ser divididas em qualquer nível fracional. E por fim, a certeza assinala que todos os parâmetros utilizados nos modelos são conhecidos com certeza.

Além disso, de acordo com Hein e Loesch (2011), programação linear pode ser considerada como a resolução de problemas de maximização (lucro) ou minimização (custo) de algum objetivo, atendendo um conjunto de restrições. Parte da modelagem do problema culmina na obtenção da solução ótima sendo as variáveis.

Um problema de programação linear é um problema de programação matemática em que as funções-objetivo e de restrição são lineares, ou seja:

$$[Max, Min]Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

*Sujeito a:*

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \{=, \leq, \geq\} b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \{=, \leq, \geq\} b_2$$

.

.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \{=, \leq, \geq\} b_m$$

$$x_1, x_2, \dots, x_n \geq 0$$

Onde:

$x_1, x_2, \dots, x_n \rightarrow$  Conjunto de variáveis estruturais do problema;

$c_1, c_2, \dots, c_n \rightarrow$  Coeficientes da função objetiva;

$a_{ij}$  e  $b_j \rightarrow$  Coeficientes de restrições tal que  $b_j$  serão considerado sempre não negativos;

$\{=, \leq, \geq\} \rightarrow$  Significa a presença de uma dessas relações em cada restrição;

Max Z  $\rightarrow$  Maximização da função objetivo

Min Z  $\rightarrow$  Minimização da função objetivo

Por fim, podemos aplicar a programação linear em diversas áreas como: administração da produção, planejamento regional, localização da rede de distribuição, logística, análise de investimentos

### 2.3 Ferramenta Solver

Segundo Hillier e Liberman (2010), após a formulação de um modelo matemático, a próxima etapa de um estudo de Pesquisa Operacional é desenvolver um método computacional para derivar soluções, visando resolver o problema.

Para determinar soluções para o problema, utilizou-se a ferramenta *Solver* disponível no programa *Microsoft Excel*, resultando em valores já otimizados para as células, baseados nos valores da função objetivo e das restrições estabelecidas. Foram gerados também relatórios de limite, resposta e sensibilidade.

A ferramenta *Solver* foi escolhida pelo fato de mesma disponibilizar uma análise prática e simplificada do problema, além de proporcionar um estudo de otimização de uma determinada fórmula em uma célula, no caso, a função objetivo, a qual é limitada pelas restrições. As células denominadas variáveis de decisão também são utilizadas pela ferramenta, até se chegar a um resultado final.

De acordo com Lachtermacher (2009), o solver é uma ferramenta do excel que fornece a solução ótima do problema, é um programa de fácil acesso, além de proporcionar um grande auxílio na resolução de incógnitas.

## 3. Estudo de Caso

### 3.1 A empresa

O estudo foi realizado em um pequeno empreendimento, ainda novo no mercado, localizado em Belém-PA, com o objetivo de minimizar os custos de produção da mesma e desenvolver um plano de compras otimizado. O local tem como especialidade a produção de tortas e salgados diversos, tendo uma demanda maior por encomenda, porém com uma forma de produção direta.

### 3.2 O produto

Para realizar o artigo, foram selecionados diversos produtos presentes nas opções da doceria, sendo analisadas de forma detalhada as quantidades de materiais utilizadas na fabricação de cada produto, além do custo de cada um e os custos fixos do estabelecimento.

### 3.3 Metodologia

O método utilizado para elaboração do artigo, proposto por Hillier e Liberman (2010), possui seis etapas, as quais são: definição do problema e coleta de dados, formulação do modelo matemático e derivar soluções a partir de um procedimento computacional, verificação do modelo, prepará-lo para aplicação contínua e implementação. No presente estudo será realizada as quatro primeiras etapas.

#### 3.3.1 Definição do problema e coleta de Dados

O problema consiste em desenvolver um plano de compras de material a fim de atender a demanda e as limitações da empresa, com o menor custo possível, e mantendo a qualidade dos produtos vendidos.

A demanda dos produtos estudados foi coletada a partir dos dados da produção disponibilizados pelo estabelecimento. Também foi calculada a quantidade necessária de cada material que é comprado mensalmente, para produzir as demandas dos produtos em questão, além de serem identificadas as restrições de produção e de capacidade produtiva do estabelecimento. Assim, tem-se os seguintes dados:

- Custos dos materiais utilizados na produção;
- Tempo para fabricação de cada produto;
- Demanda mensal do estabelecimento;
- Quantidade dos materiais utilizados;
- Limitações da produção;
- Tempo disponível para a fabricação;
- Número de funcionários na produção;

Nas Tabelas 01 e 02 são apresentados os dados correspondentes a cada produto estudado.

Tabela 01: Dados dos Produtos

<b>Produtos</b>	<b>Custo unitário (R\$)</b>	<b>Demanda média mensal</b>	<b>Tempo de Preparo (min)</b>	<b>Ingredientes Utilizados</b>
Bolo de Cenoura	29,93	4	50	trigo com fermento, manteiga, açúcar, óleo, leite, achocolatado, creme de leite, cenoura, leite condensado, ovo.
Torta de Banana	38,73	4	70	manteiga, açúcar, amido de milho, biscoito maisena, leite, achocolatado, creme de leite, banana, baunilha, canela em pó, leite condensado.
Torta Maria Izabel	42,93	2	90	trigo com fermento, açúcar, ovo, óleo, leite, achocolatado, creme de leite, baunilha, cupuaçú, leite condensado, coco ralado.
Bolo mesclado	2,2	15	55	trigo com fermento, manteiga, ovo, açúcar.
Torta gelada brigadeiro	41,52	2	98	leite, amido de milho, achocolatado, leite condensado, creme de leite, chocolate ralado, sal, trigo c fermento, ovo, óleo, açúcar, baunilha.
Torta gelada nega maluca	31,34	3	95	açúcar, manteiga, achocolatado, creme de leite, trigo com fermento, ovo, óleo, baunilha e leite condensado.
Torta Gelada Morango	70,45	5	110	açúcar, manteiga, leite, amido de milho, leite condensado, creme leite, morango, trigo c fermento.
Torta	63,11	3	185	leite, óleo, sal, creme de leite,

Salgada Frango				peito de frango, requeijão, ervilha fresca, milho, cebola, cheiro verde, cenoura, azeite, alho, molho inglês e mussarela.
Empada de Frango	0,72	400	145	trigo c fermento, manteiga, ovo, óleo, sal, creme de leite, peito de frango, requeijão, ervilha fresca, milho, cebola, cheiro verde, azeite, molho inglês, alho.
Pão de batata recheado queijo cuia	6,04	8	120	trigo s fermento, açúcar, óleo, sal, batata, ovo, leite, fermento para pão, creme de leite, requeijão, queijo cuia, mussarela.
Pão de batata recheado frango	5,09	12	175	trigo s fermento, açúcar, óleo, sal, batata, ovo, leite, fermento para pão, creme de leite, peito de frango, cebola, cheiro verde, azeite, molho inglês, alho.
Pão de rosa tradicional	0,52	112	155	trigo s fermento, ovo, baunilha, açúcar, leite, fermento para pão, manteiga, queijo ralado.
Pão de rosa queijo e presunto	1,14	40	155	trigo s fermento, ovo, baunilha, açúcar, leite, fermento para pão, manteiga, queijo, presunto.
Biscoito amanteigado	0,55	112	105	trigo c fermento, açúcar, manteiga, amido de milho, embalagem.
Empadão	58,37	5	110	trigo com fermento, manteiga, ovo, leite, ervilha fresca, creme de leite, frango, requeijão, cheiro verde, azeite, milho, molho inglês, alho, cenoura, cebola.
Biscoito monteiro Lopes	1,00	48	75	trigo s fermento, açúcar, manteiga, amido de milho, leite, achocolatado.

Fonte: Autores (2016)

Tabela 02: Demandas dos meses Janeiro/2016, Novembro/2015 e Dezembro/2015

	JAN	DEZ	NOV
--	-----	-----	-----

Bolo de Cenoura	1	5	4
Torta de Banana	0	6	4
Torta Marizabel	1	4	2
Bolo Mesclado	7	24	15
Torta gelada brigadeiro	1	4	2
Torta Gelada Nega Maluca	0	6	3
Torta Gelada Morango	4	10	5
Torta Salgada Frango	1	4	3
Empada de Frango	400	400	400
Pão de batata recheado queijo cuia	8	8	8
Pão de batata recheado frango	12	12	12
Pão de rosa queijo unidade	112	112	112
Pão de rosa queijo maior	16	16	16
Pão de rosa queijo e presunto maior	12	12	12
Pão de rosa queijo e presunto unidade	40	40	40
Biscoito amanteigado	112	112	112
Biscoito monteiro Lopes	48	48	48
Empadão	2	8	5

Fonte: Autores (2016)

### 3.3.2 Formulação do modelo matemático

Segundo Hillier e Lieberman (2010), o modelo matemático de um problema de negócios consiste no sistema de equações e de expressões matemáticas que descrevem a essência do problema.

No presente trabalho foi elaborado um modelo para a minimização do custo na produção da doceria conforme segue.

- **Função Objetivo:**

Na função objetivo, encontram-se as variáveis de decisão, que representam a quantidade de cada ingrediente que deve ser comprado mensalmente. Como o objetivo é a minimização dos custos, obteve-se a seguinte função :

$$\begin{aligned} \text{MIN } Z = & 2,45\text{tsf} + 2,3\text{tcf} + 2,69\text{acr} + 7,2\text{mtg} + 0,35\text{ovo} + 3,67\text{lte} + 6,8\text{adm} + 12,8\text{choc} + 10,15\text{bna} \\ & + 3,5\text{óleo} + 14,15\text{ltec} + 26,75\text{chocr} + 3,26\text{cl} + 8\text{mgo} + 9,9\text{fmto} + 7,95\text{fgo} + 13,63\text{rqjão} + 7,06\text{evlha} + 3,38 \\ & \text{mlo} + 3,58\text{cbla} + 1,35\text{cv} + 3,7\text{cnra} + 29,8\text{azte} + 1,95\text{mi} + 4,2\text{btt} + 12,6\text{qjcu} + 19,9\text{qjm} + 5,4\text{alho} + 2,75\text{bct} \\ & \text{m} + 4,68\text{bnn} + 3,35\text{cp} + 11,98\text{psto} + 13\text{cpu} + 2,59\text{qjr} + 8\text{ccr}. \end{aligned}$$

Sendo o custo mínimo dos ingredientes representado pela somatória dos custo de cada ingrediente multiplicado pela quantidade mensal de ingredientes utilizados na produção dos salgados e doces, conforme a fórmula a seguir:

$$\text{MIN } Z = \sum_{i=1}^n C_i * Q_i$$

sendo” i “ cada ingrediente.

Tabela 03: Variáveis de Decisão

Ingrediente/Produto	Sigla
Trigo sem fermento (kg)	tsf
Trigo com fermento (kg)	tcf
Açúcar (kg)	acr
Manteiga (kg)	mtg
Ovo (unidade)	ovo
leite (l)	lte
Amido de milho (kg)	adm
Achocolatado (kg)	choc
Baunilha (l)	bna
Óleo (l)	óleo
leite condensado (kg)	ltec
chocolate ralado (kg)	chocr
creme de leite (395g)	cl
morango (caixa)	mgo

fermento pra pão (kg)	fnto
Frango (kg)	fgo
Requeijão (kg)	rqjão
ervilha fresca (kg)	evlha
Milho (kg)	mlo
Cebola (kg)	cblla
cheiro verde (maço)	cv
Cenoura (kg)	cnra
Azeite (500ml)	azte
molho inglês (100ml)	mi
Batata (kg)	btt
queijo cuia (kg)	qjcu
Mussarela (kg)	qjm
Alho (kg)	alho
biscoito maisena (pacote)	bct m
Banana (kg)	bnn
canela em pó (30g)	cp
Presunto (kg)	psto
Cupuaçu (kg)	cpu
queijo ralado (50g)	qjr
coco ralado (kg)	ccr

Fonte: Autores (2016)

- Restrições:

Com base nos dados fornecidos pelo estabelecimento, foram formuladas restrições da demanda de cada produto e da capacidade produtiva.

-Restrição da demanda de cada produto:

$$\sum_{i=1, p=1}^n Q_{i,p} * D_p \leq Q_i$$

O somatório da quantidade de ingrediente “i” usado no produto “p” multiplicado pela demanda do produto “p” deve ser menor ou igual a quantidade total do ingrediente “i”.

-Restrição da capacidade produtiva:

$$\sum_{p=1, t=1}^n T_p * D_p \leq T_t$$

O somatório do tempo de fabricação do produto “p” multiplicado pela demanda do mesmo produto “p”, deve ser menor ou igual ao tempo total disponível para a produção na doceria.

#### 4. Resultados e Discussões

A Tabela 04 apresenta os resultados obtidos a partir da resolução do problema pela função *Solver do Microsoft Excel*.

Tabela 04 – Quantidades de Ingredientes a serem compradas.

Variáveis de Decisão	Quantidade a ser comprada por mês	Custo Unitário
tsf	12	2,45
tcf	27	2,3
acr	19	2,69
mtg	19	7,2
ovo	193	0,35
lte	24	3,67
adm	6	6,8
choc	4	12,8
bna	1	10,15
óleo	7	3,5
ltec	21	14,25
chocr	1	26,75
cl	120	3,26
mgo	20	8
fmto	1	9,9
fgo	31	7,95
rqjão	7	13,63
evlha	2	7,06
mlo	3	3,38
cbla	2	3,58
cv	16	1,35
cnra	2	3,7
azte	2	29,8
mi	9	1,95
btt	2	4,2
qjcu	1	12,6
qjm	2	19,9
alho	1	5,4
bct m	4	2,75

bnn	3	4,68
cp	1	3,35
psto	1	11,98
cpu	2	13
qjr	7	2,59
ccrl	1	8

Fonte: Autores (2016).

Considerando um mês com a demanda média, a empresa gastaria em torno de R\$1.950,26 com a compra dos materiais. Em meses de grandes demandas, como em dezembro, esse valor passa a ser R\$ 2.910,13, conseqüentemente, haverá um aumento dos ingredientes e um aumento nas horas trabalhadas por dia. Vale ressaltar que o horário de trabalho normal é de 8 horas por dia, seis dias por semana, e quando chega os meses de alta demanda esse horário passar a ser 9 horas por dia. Em meses de pouca demanda, como em janeiro, o custo passará a ser R\$1.175,27 tendo uma diminuição dos ingredientes e uma diminuição no horário de trabalho que passa a ser de 6 horas por dia.

É válido observar que a maioria dos materiais quando comprados mensalmente terão uma pequena sobra do mês em função da quantidade vendida comercialmente ser por uma unidade fixa. Isso permite que, periodicamente, não seja necessária fazer a compra do ingrediente em um mês determinado. Houve uma variação nesse período de 1 a 5 meses em grande parte dos ingredientes.

Nos meses que não há uma grande demanda a empresa fica com tempo ocioso, podendo, assim, investir esse tempo em algum treinamento ou aprimoramento de técnicas ou produtos que, futuramente, poderiam aumentar o capital recebido, possibilitando o crescimento da empresa, obtendo um lucro maior que o atual ou pode-se também investir esse tempo na área de marketing fazendo propagandas e difundindo a marca da empresa, o que a longo prazo pode trazer benefícios para a empresa.

## 5. Conclusão

O trabalho consistiu na coleta de dados de uma doceria, visando o desenvolvimento de um modelo matemático para estabelecer um plano de compra mensal de materiais com o menor custo possível.

Percebeu-se nos meses pico, que para atender aos pedidos, a dona do estabelecimento, precisa trabalhar mais uma hora por dia, sendo assim capaz suportar a demanda. Isso mostra um cenário de possível contratação de mais um funcionário, para dividir e organizar melhor as atividades, quando houver demanda alta.

Em contrapartida, nos meses de demanda baixa, detectou-se um tempo ocioso, que poderia ser utilizado para investimentos em marketing e no aumento das demandas. Outro ponto importante, foi a sobra de ingredientes, que dependendo da quantidade e do seu prazo de validade, pode gerar diminuição nos custos futuros da doceria, evitando desperdício.

Após comparar a solução ótima com os resultados reais da empresa, observa-se que a Pesquisa Operacional tem muito a contribuir com estabelecimentos comerciais no auxílio à tomada de decisão.

## REFERÊNCIAS

CARDOSO, Andrea. **Fundamentos de pesquisa operacional**. Minas Gerais: Unifal, 2011. 102 p. Disponível em: <<http://www.unifal-mg.edu.br/matematica/files/file/po.pdf>>. Acesso em: 07 maio 2017.

COLIN, E. C. **Pesquisa Operacional: 170 aplicações em estratégia, finanças, logística, produção, marketing e vendas**. 1 ed. Rio de Janeiro: LTC, 2011

HILLIER, Frederick S.; LIEBERMAN, Geral J. **Introdução à pesquisa operacional**. 9 ed, Porto Alegre: AMGH, 2010

LACHTERMACHER, Gerson. **Pesquisa operacional na tomada de decisões**. 4 ed. Rio de Janeiro: Pearson, 2009

LOESCH, Cláudio; HEIN, Nelson. **Pesquisa operacional: fundamentos e modelos**. 1 ed. 2 reimp. São Paulo: Saraiva, 2011.

SAMPAIO, G. S.; DE ALMEIDA, F. S.; SANTOS, T. B. B.; DE SOUZA, R. L.; SANTOS, Y. B. I; **Aplicação da Programação Linear para Minimização de Custos no Processo Produtivo de uma Espetaria**. XXI Simpósio de Engenharia de Produção: As demandas de Infraestrutura Logística para o Crescimento Econômico Brasileiro, Bauru, 2014.

WINSTON, W. L. **Operations research: applications and algorithms**. 4th ed. - Belmont: Thomson/Brooks-Cole, p. 1418, 2004.