

## **APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS EM UM POSTO DE GASOLINA NO MUNICÍPIO DE BELÉM-PA.**

**Ana Paula Corrêa Pelerano de Almeida Silva (Coordenação de  
Engenharia de Produção / CCNT / UEPA )**  
paula@pelerano.com

**André Luis Silva de Menezes (Coordenação de Engenharia de  
Produção / CCNT / UEPA )**  
andreluis20061998@gmail.com

**Leonardo da Silva Pereira (Coordenação de Engenharia de  
Produção / CCNT / UEPA )**  
leonardohp43@gmail.com

**Nathalia de Almeida Diniz Frederico (Coordenação de Engenharia  
de Produção / CCNT / UEPA )**  
almeidadifre@gmail.com

**Yvelyne Bianca Iunes Santos (Coordenação de Engenharia de  
Produção / CCNT / UEPA )**  
yvelynesantos@gmail.com



*O estudo da teoria das filas é uma ferramenta da Pesquisa Operacional que auxilia a dimensionar o equilíbrio do sistema de prestação de serviços, trazer a satisfação dos clientes, a qualidade no serviço e identificar se há necessidade de melhoria de insta*

*Palavras-chave: Teoria das filas; Otimização; Sistema de atendimento; Postos de combustíveis.*

## **1. Introdução**

As filas são sistemas de organização, destinadas a comportar o número excedentes de clientes a serem atendidos no estabelecimento e podem ser encontradas em qualquer tipo de empreendimento, bancos, supermercados, padarias, postos de combustível, entre outros. A presença de longas filas em postos de combustíveis impacta a satisfação dos clientes, dado a ocorrência de congestionamentos, causando estresse e desistência dos clientes e, assim, prejudicando o lucro e a preferência dos clientes pela empresa. Desse modo, o tratamento das filas é muito importante para qualquer empreendimento, a fim de alcançar uma melhor qualidade da prestação dos serviços.

A Teoria das Filas é uma das ferramentas da Pesquisa Operacional que trata das informações de todo sistema de chegada e atendimento de uma forma sistematizada, a fim de otimizar o sistema de organização, identificando se há a necessidade de melhoria do dimensionamento de instalações, equipamentos e infraestrutura.

O presente artigo utiliza os conceitos da Teoria das Filas em um posto de combustível do município de Belém/PA, com o objetivo de analisar o comportamento das filas, verificando se o cenário atual de dimensionamento de instalações, equipamentos e infraestrutura utilizados pela empresa estão adequados ao atendimento do serviço demandado.

## **2. Referencial Teórico**

### **2.1 Teoria das filas**

Segundo Harada (2017), teoria de filas é um campo de estudo da probabilidade, que foi desenvolvida para analisar a formação de filas, como forma de demonstrar antecipadamente o comportamento de sistemas que provêm atendimento às demandas em contínuo crescimento aleatório. Essa análise pode ser descrita por meio de modelos matemáticos precisos e comensuráveis, tornando-se, como exemplo, viável financeiramente para àquele que oferece algum serviço remunerado e, desta forma, possivelmente gerando o contentamento dos clientes atendidos.

#### **2.1.1 Caracterização de um sistema de filas**

Os componentes principais em um sistema de filas são os clientes e os atendentes. Chegando ao estabelecimento, o cliente pode ser atendido instantaneamente ou esperar em filas, se todos os atendentes estiverem ocupados. Quando um serviço é completado, automaticamente o próximo cliente que estava na fila é atendido (TAHA, 2010).

O sistema de filas é caracterizado por três elementos: processo de chegada, processo de atendimento e disciplina da fila (WINSTON, 2004).

São elementos das filas, segundo Prado (2014):

- a) Processo de chegada dos clientes: pode-se quantificar o processo de chegada dizendo que a taxa média é um número de entidades por unidade de tempo. É comum trabalhar-se com o tempo médio entre chegadas;
- b) Processo de atendimento: também pode ser quantificado, à semelhança do processo de chegada. Assim, resultando no ritmo de atendimento ( $\mu$ ) e tempo de atendimento (TA);
- c) Disciplina das filas: diz respeito à regra que os servidores escolhem o próximo cliente a ser atendido. Na prática adota-se: *Last in First Out* (último a chegar primeiro a ser atendido – LIFO), *First in First Out* (primeiro a chegar primeiro a ser atendido – FIFO) e Prioridade;
- d) Capacidade de um sistema: Representa o número máximo de clientes que o sistema suporta, podendo ser finita ou infinita.

## 2.2 Notação de Kendall

Prado (2009) afirma que um modelo de filas pode ser descrito pela notação de Kendall-Lee:

$$A/B/c/K/m/Z$$

Nesta notação, “A” e “B” indicam a distribuição (Marcoviana, Erlang, hiper-exponencial, determinística ou geral) seguida pelos intervalos entre chegadas e do tempo de serviço, respectivamente. “Z” representa a disciplina da fila. “K” indica a capacidade máxima do sistema, ou seja, número máximo de clientes permitidos no sistema (tanto na fila quanto no atendimento). Já o “m” refere-se ao tamanho da população que fornece os clientes ao sistema, podendo ser infinita ou finita, e “c” indica o número de servidores no sistema. Usualmente,

pode-se omitir “K” e “m” da notação caso eles sejam infinitos, e “Z”, caso seja uma disciplina de fila genérica.

### 2.3 Modelo de fila M/M/C e disciplina FIFO

Segundo Floggiati e Matos (2007), o modelo M/M/C//FIFO é definido da seguinte maneira: Existem “C” postos de atendimento, não existe limitação de capacidade no espaço reservado para a fila de espera, sendo que a ordem de acesso de usuários ao serviço segue a ordem de chegada dos mesmos ao sistema (disciplina tipo FIFO - *First in Firstout*, ou primeiro a chegar é o primeiro a sair).

### 2.4 Distribuição de Poisson

Para a realização dos cálculos da distribuição de Poisson, são utilizadas algumas fórmulas expostas abaixo, no que se refere aos dados estatísticos.

De acordo com Portinoi (2005), a distribuição de Poisson é feita através da seguinte expressão:

$$P(x = x) = \frac{\lambda^x \cdot e^{-\lambda}}{x!}$$

Onde:

- $\lambda$  é o ritmo médio de chegada;
- $x$  número de ocorrências do evento em um intervalo;
- $e$  é o número de Euler.

### 2.5 Distribuição exponencial negativa

Outra distribuição necessária para o estudo em questão foi a exponencial negativa, a fórmula utilizada para o cálculo dos valores relacionados a essa distribuição é a seguinte, segundo adaptado de Caetano (2013):

$$P(X_i \leq X \leq X_s) = e^{-\mu X_i} - e^{-\mu X_s}$$

Onde:

- $X$  é um valor situado entre  $X_i$  e  $X_5$ ;
- $X_i$  é o valor mínimo da classe;
- $X_5$  é o máximo da classe;
- $\mu$  é o ritmo médio de atendimento.

Logo após multiplica-se a equação pelo somatório de  $O_i$  e chegamos ao valor do  $E_i$ .

## 2.6 Teste do Chi-quadrado

Para verificar se a distribuição proposta pode realmente ser aplicada aos dados analisados, é utilizado o teste do Chi-quadrado, aplicando a seguinte fórmula, segundo adaptado de Zilio (2012):

$$X^2_v = \sum_{i=1}^N \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Onde:

- $X^2_v$  é o Chi-quadrado calculado;
- $O_i$  é a frequência observada;
- $E_i$  é a frequência esperada.

## 3. Metodologia

O artigo foi desenvolvido por meio de uma pesquisa de campo de caráter exploratório na forma de estudo de caso realizado em um posto de gasolina no município de Belém/PA. Apresentando uma abordagem de pesquisa quantitativa, com o enfoque a utilização de métodos matemáticos para atingir o objetivo de analisar o processo de atendimento dos consumidores do posto de gasolina.

De acordo com Prodanov e Freitas (2013), a abordagem quantitativa significa traduzir em números opiniões e informações para classificá-las e analisá-las, tendo como demanda o uso de recursos e de técnicas estatísticas (percentagem, média, moda, etc).

## 4. Estudo de Caso

### 4.1 Descrição do posto de gasolina investigado

O objetivo é a aplicação da teoria de filas no setor de serviços e em um local que normalmente é congestionado e muito necessário no dia-a-dia. Assim, o local escolhido foi um posto de gasolina, de fácil acesso. Foi observado em visitas *in loco*, que o maior congestionamento ocorre das 8 da manhã até 10, que é o horário de pico, nos dias de semana. Com isso, foi definido um dia da semana para a coleta de dados. Em seguida, foram coletados ritmo de chegada e tempo de atendimento. Os horários para a cronometragem foram de oito horas da manhã até às nove horas. O posto de gasolina em questão dispunha de dois atendentes, duas bombas de gasolina e, portanto, duas filas, uma para cada atendente. Cada fila/atendente neste trabalho foi chamada de PO1 e PO2.

## 4.2 Modelagem do sistema

### 4.2.1 Coleta de dados

As informações sobre as filas foram obtidas no atendimento expresso de um posto de gasolina no município de Belém/PA, em outubro de 2018. As variáveis analisadas foram: quantidade de automóveis que chegaram por minuto, tempo de atendimento de cada automóvel, quantidade de atendentes e fluxo no sistema. Após a coleta dos dados, indicadores da teoria das filas de acordo com Prado (2014) foram obtidos, dentre os quais: Ritmo Médio de Atendimento ( $\mu$ ) e a Taxa Média de Chegada de usuários ( $\lambda$ ).

Para tomada de decisão quanto ao dimensionamento do sistema em estudo, as seguintes medidas de desempenho serão calculadas:

- TS ou  $W(c)$  = Tempo médio que o cliente gasta no sistema;
- NS ou  $L(c)$  = Número médio de clientes no sistema;
- TF ou  $Wq(c)$  = Tempo médio que o cliente gasta na fila de espera;
- NF ou  $Lq(c)$  = Número médio de clientes na fila ou tamanho médio da fila;
- $P_o$  = Probabilidade de não ter cliente no sistema;
- $\rho$  = Taxa de utilização dos atendentes.

### 4.2.2 Caracterização do sistema de filas

- a) Chegada dos clientes: Para cada minuto analisado, foi obtido a frequência de clientes que chegaram no sistema e, ao final do tempo o número total de clientes ( $n$ ) que entraram no sistema (Para PO1:  $n = 50$  pessoas; PO2:  $n = 47$  pessoas). Todos estes

dados foram inseridos em uma planilha do *Microsoft® Office Excel* e através de fórmulas e cálculos, foram obtidos os resultados que serão expostos a seguir.

Tabela 1 – Processo de chegada de PO1

Ritmo de chegada	Freq. Observada (O <sub>i</sub> )	Freq. Rel. Obs.	Freq. Obs. Ac
0	24	0,40	0,40
1	26	0,43	0,83
2	6	0,10	0,93
3	4	0,07	1,00
Total	60	1,00	

Fonte: Autores

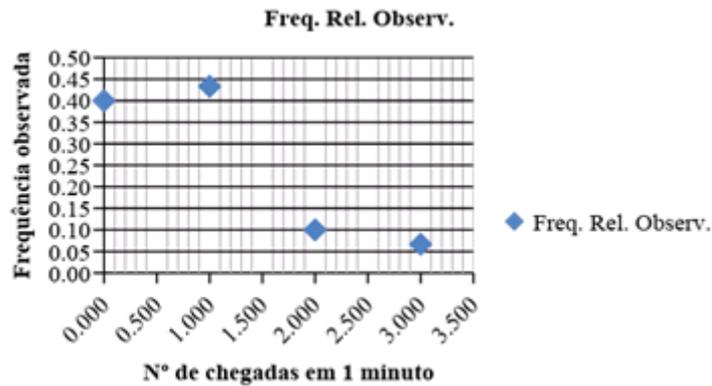
Tabela 2 – Processo de chegada de PO2

Ritmo de chegada	Freq. Observada (O <sub>i</sub> )	Freq. Rel. Obs.	Freq. Obs. Ac
0	30	0,50	0,50
1	19	0,32	0,82
2	7	0,12	0,93
3	4	0,07	1,00
Total	60	1,00	

Fonte: Autores

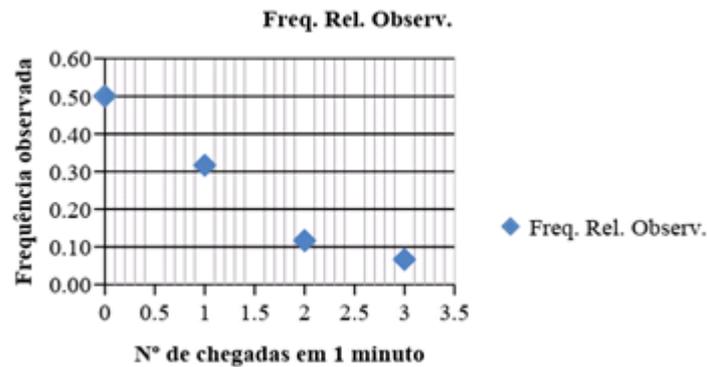
Por meio da análise dos gráficos, é perceptível a não existência de sazonalidade e a existência de uma tendência da curva da frequência relativa observada (gráficos 1 e 2) a se comportar como uma Distribuição de Poisson com taxa média ( $\lambda$ ) de 0,833 clientes por minuto (PO1) e 0,750 (PO2).

Figura 1 - Gráfico das Frequências Relativas Observadas do Processo de Chegada (PO1)



Fonte: Adaptado de Autores

Figura 2 - Gráfico das Frequências Relativas Observadas do Processo de Chegada (PO2)



Fontes: Adaptado de Autores

Após a tabulação dos dados das tabelas 1 e 2, partiu-se para os cálculos das frequências necessárias a realização dos testes de Aderência Gráfica e do Chi-quadrado, ou seja, testar se a variável em questão, número de chegadas por unidade de tempo, segue uma distribuição de Poisson com taxa de 0,833 (PO1) e 0,750 (PO2) clientes por minuto, ao 5% de significância.

Tabela 3 - Frequências Calculadas no processo de chegadas (PO1)

Ritmo de	Freq. Rel. Calc.	Freq. Rel. Cal. Ac	Freq. Cal. (Ei)	$(O_i - E_i)^2 / E_i$
----------	------------------	--------------------	-----------------	-----------------------

chegada				
0	0,435	0,435	26,076	0,165
1	0,362	0,797	21,730	0,839
2	0,151	0,948	9,054	1,030
3	0,042	0,990	2,515	0,877
Total	0,990		59,375	2,911

Fonte: Autores

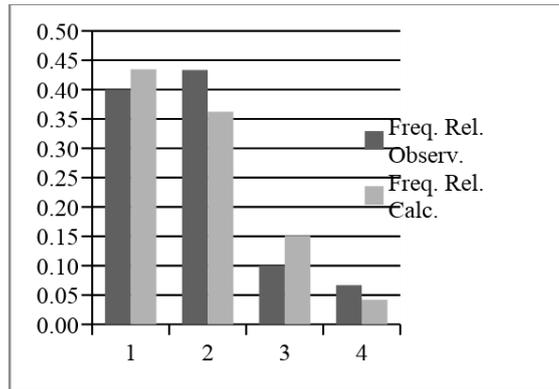
Tabela 4 - Frequências Calculadas no processo de chegadas (PO2)

Ritmo de chegada	Freq. Rel. Calc.	Freq. Rel. Cal. Ac	Freq. Calc (Ei)	(Oi - Ei) <sup>2</sup> / Ei
0	0,472	0,472	28,342	0,097
1	0,354	0,827	21,256	0,240
2	0,133	0,959	7,971	0,118
3	0,033	0,993	1,993	2,022
Total	1,0		59,562	2,477

Fonte: Autores

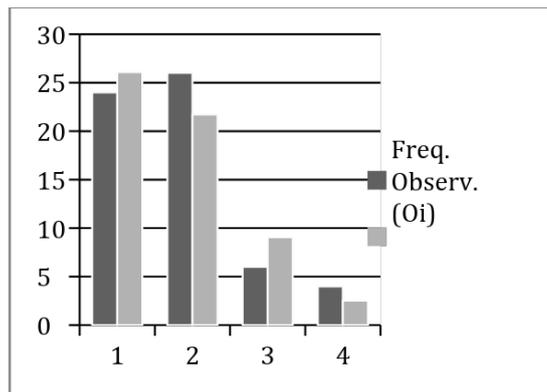
- b) Teste de aderência gráfica: Os dados da tabela anterior foram plotados (gráficos 3, 4, 5 e 6) com a finalidade de se realizar um teste de aderência gráfica para uma distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda = 0,833$  (PO1) e  $0,750$  (PO2) clientes por minuto.

Figura 3 – Aderência gráfica (PO1)



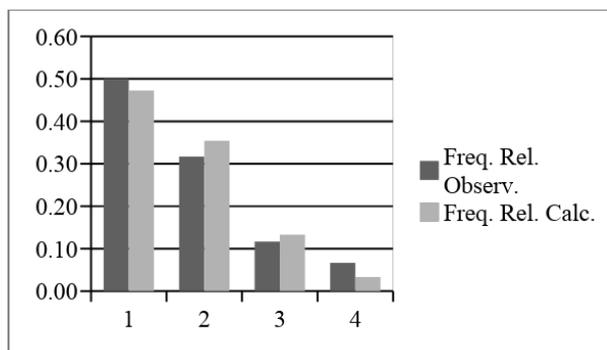
Fonte: Autores

Figura 4 – Frequência acumulada (PO1)



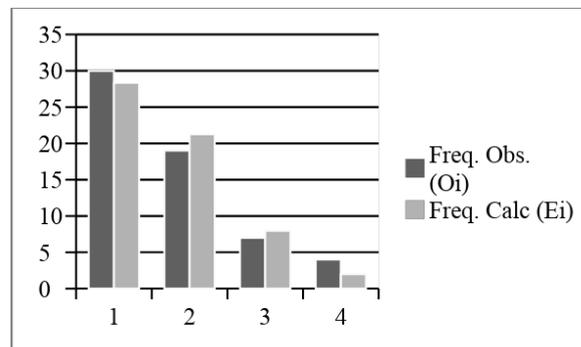
Fonte: Autores

Figura 5 – Aderência gráfica (PO2)



Fonte: Autores

Figura 6 – Frequência acumulada (PO2)



Fonte: Autores

- c) Teste não paramétrico para distribuição de Poisson: A partir dos dados das tabelas 3 e 4, testam-se as seguintes hipóteses para a média de 0,833 (PO1) e 0,750 (PO2) clientes por minuto, por meio da metodologia utilizada por Bruns, Soncim e Sinay (2001):
- $H_0$  = a variável que representa o número de chegadas por unidade de tempo, segue uma distribuição de Poisson com taxa 0,833 (PO1) e 0,750 (PO2) clientes por minuto, ao 5% de significância.
  - $H_1$  = a variável que representa o número de chegadas por unidade de tempo, não segue uma distribuição de Poisson com taxa 0,833 (PO1) e 0,750 (PO2) clientes por minuto, ao 5% de significância.
  - Graus de Liberdade: Para PO1 e PO2,  $v = k - m - 1 = 4 - 1 - 1 = 2$ , onde  $k$  é o número de intervalos e  $m$  é o número de variáveis em questão.

Se  $X^2_v = \sum_{i=1}^N \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} > X^2_{v, \alpha}$ , então rejeita  $H_0$  ao  $\alpha$  % de significância, onde  $X^2_{v, \alpha}$  é um valor tabelado e  $X^2_v$  foi obtido das tabelas 3 e 4. Para PO1, como  $X^2_v = 2,911 < X^2_{v, \alpha} = 5,991$ , então não há indícios para se rejeitar  $H_0$  ao 5%( $\alpha$ ) de significância. Analogamente, para PO2,  $X^2_v = 2,477 < X^2_{v, \alpha} = 5,991$ , então não há indícios para se rejeitar  $H_0$  ao 5%( $\alpha$ ) de significância.

d) Atendimento dos clientes: foram coletados os tempos gastos por cada atendente para realizar o atendimento. Para a determinação do tipo de distribuição que se enquadram os tempos de atendimento consideraram-se os tempos de atendimento durante a observação das filas no estabelecimento no intervalo de tempo de 0 a 60 minutos, obtendo-se a frequência observada para cada intervalo considerado. Os dados referentes ao número de clientes que foram atendidos por cada atendente, PO1 e PO2, por intervalo de tempo considerado são representados nas tabelas 5 e 6. Nestas tabelas encontram-se também os cálculos das frequências calculadas e os testes não paramétricos logo em seguida.

Tabela 5 – Dados referentes ao atendimento (PO1)

Tempo (seg)	Freq. Obser. (Oi)	Freq. Rel. Observ.	Freq. Calc. (Ei)	Freq. Rel. Calc.	$(O_i - e_i)^2 / e_i$
10-24	13	0,260	10,385	0,281	0,659
24-38	10	0,200	7,719	0,209	0,674
38-55	9	0,180	6,760	0,183	0,742
55-69	7	0,140	4,002	0,108	2,246
69-83	5	0,100	2,974	0,081	1,379
83-97	3	0,060	2,211	0,060	0,282
97-111	2	0,040	1,643	0,045	0,077
111-125	1	0,020	1,221	0,033	0,040
Total	50	1	36,915	1,000	6,100

Fonte: Autores

Tabela 6 – Dados referentes ao atendimento (PO2)

Tempo (seg)	Freq. Observ. (Oi)	Freq. Rel. Observ.	Freq. Calc. (Ei)	Freq. Rel. Calc.	$(O_i - e_i)^2 / e_i$
13-28	11	0,234	8,860	0,280	0,517
28-43	8	0,170	6,744	0,213	0,234
43-58	7	0,149	5,134	0,162	0,678
58-73	8	0,170	3,908	0,124	4,286
73-88	6	0,128	2,974	0,094	3,078
88-103	4	0,085	2,264	0,072	1,331
103-118	3	0,064	1,723	0,055	0,946
Total	47	1,000	31,608	1,000	11,069

Fonte: Autores

e) Testes Não Paramétricos para Distribuição Exponencial: para realizar os testes, será seguida a metodologia usada por Bruns, Soncim e Sinay (2001). As hipóteses que

serão testadas ( $H_0$  e  $H_1$ ) estão relacionadas à possibilidade dos tempos de atendimento nos caixas serem idênticas e exponencialmente distribuídas em torno a uma média de 47,190 ( $1/\mu$ ) e 54,968 ( $1/\mu$ ), para PO1 e PO2, respectivamente, onde:

$$\mu = \frac{1}{11} * \sum_{i=1}^{11} (\mu^{PO, i})$$

- $H_0$  = a variável que representa o tempo de atendimento segue uma distribuição Exponencial com média igual a 47,190 (PO1) e 54,968 (PO2), ao 5% de significância.
- $H_1$  = a variável que representa o tempo de atendimento não segue uma distribuição Exponencial com média igual a 47,190 (PO1) e 54,968 (PO2), ao 5% de significância.

Se  $X^2_v = \sum_{i=1}^N \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i} > X^2_{v, \alpha}$ , então rejeita  $H_0$  ao  $\alpha\%$  de significância;

Tabela 7 – resumo do teste não paramétrico

	PO1	PO2
$X^2_v$	6,100	11,0686
$X^2_{v, \alpha}$	12,592	11,0700

Fonte: Autores

Como  $X^2_v < X^2_{v, \alpha}$ , para todos os postos, então não há indícios para se rejeitar  $H_0$  ao 5% de significância.

## 5. O modelo de filas

O modelo ajustado segundo os dados obtidos é M / M / 1 /  $\infty$  / FIFO (Notação de Kendall), com  $\lambda = 0,833$  (PO1) e 0,750 (PO2) clientes por minuto e  $\mu$  (x60) = 1,271 (PO1) e 1,092 (PO2) clientes por minuto. Os parâmetros a serem calculados e que representam a operacionalidade do sistema são:

- NS = Número médio de clientes no sistema;
- TS = Tempo médio de permanência de um cliente qualquer no sistema;
- NF = Número médio de clientes na fila aguardando atendimento;
- TF = Tempo médio de permanência de um cliente qualquer na fila;

- $P_o$  = Probabilidade de o sistema estar vazio (igual a ociosidade total do sistema).

### 5.1 Situação usual do sistema

Foram utilizadas as fórmulas descritas abaixo, para a situação atual ( $\lambda = 0,833$  (PO1) e 0,750 (PO2) clientes por minuto e  $\mu = 1,271$  (PO1) e 1,092 (PO2) clientes por minuto, e  $C=1$  para ambas).

Fórmulas para o sistema M/M/C/∞/FIFO:

$$\rho = \frac{\lambda}{C * \mu}; r = \frac{\lambda}{\mu}; NS = r + \frac{P_o(c)\rho * r^c}{c!(1-\rho)^2}; NF = \frac{P_o(c)r^{c+1}}{(c-1)!(c-r)^2}; TF = \frac{NF}{\lambda}; TS = TF + \frac{1}{\mu};$$

Ocorre uma ociosidade de 22,5% (PO1) e 25,9% (PO2) do tempo e também um tempo médio de espera na fila de aproximadamente 2 minutos, logo, pode-se concluir que o sistema está bem dimensionado, do ponto de vista da gerência. Assim, verificou-se o comportamento do sistema no caso de aumento da demanda, aumentando o número de postos de atendimento.

### 5.2 Variando os postos de atendimento de 1 a 5

Neste modelo, variou-se o número de postos de atendimento, para verificar se o aumento de postos afetaria substancialmente os tempos de espera do cliente no sistema. Os resultados encontram-se na tabela 8 e 9.

Tabela 8 – Variação (PO1)

Nº de atendentes	NS	TS	NF	TF	Po
1	1,90618	2,28833	1,25027	1,50093	34%
2	0,73391	0,88104	0,07875	0,09454	51%
3	0,66463	0,79787	0,00872	0,01047	52%
4	0,65684	0,78853	0,00094	0,00113	52%
5	0,65600	0,78751	0,00009	0,00011	52%

Fonte: Autores

Tabela 9 – Variação (PO2)

Nº de	NS	TS	NF	TF	Po
-------	----	----	----	----	----

atendentes					
1	2,55102	1,78571	1,14469	1,63527	36%
2	0,71442	1,02060	0,07339	0,10484	51%
3	0,64900	0,92714	0,00798	0,01139	53%
4	0,64187	0,91695	0,00084	0,00120	53%
5	0,64111	0,91587	0,00008	0,00011	53%

Fonte: Autores

Tabela 10 – Número de postos de atendimento segundo  $\lambda$  (PO1)

$\lambda$ (taxa de chegada)	C (postos de atendimento)
$0 < \lambda < 1,017$	1
$1,017 < \lambda < 2,034$	2
$2,034 < \lambda < 3,051$	3
$3,051 < \lambda < 4,069$	4
$4,069 < \lambda < 5,086$	5

Fonte: Autores

Tabela 11 – Número de postos de atendimento segundo  $\lambda$  (PO2)

$\lambda$ (taxa de chegada)	C (postos de atendimento)
$0 < \lambda < 0,873$	1
$0,873 < \lambda < 1,746$	2
$1,746 < \lambda < 2,620$	3
$2,620 < \lambda < 3,493$	4
$3,493 < \lambda < 4,366$	5

Fonte: Autores

Pode-se observar que variando de 1 a 5 postos de atendimento, considerando a situação atual do sistema, o ideal é manter 1(um) atendente, tanto na fila PO1 quanto na PO2, uma vez que o tempo de espera médio na fila é pequeno. Porém, observa-se que, caso a demanda aumente, alterando a taxa de chegada (Tabela 10 e 11), o aumento do número de atendentes pode se fazer necessário para manter a qualidade do atendimento.

## 6. Conclusão

Dado que o objetivo desta pesquisa foi analisar o comportamento das filas, verificando se o cenário atual de dimensionamento de instalações, equipamentos e infraestrutura utilizados pela empresa condiz com os resultados propostos no trabalho, observa-se que para PO1 o número médio de clientes na fila aguardando atendimento na fila é um pouco superior a PO2, 1,25 e 1,14 clientes, respectivamente, já o tempo médio de permanência do cliente na fila é inferior, 1,50 e 1,63, respectivamente. As comparações considerando um maior número de atendentes demonstraram que a taxa de ociosidade seria maior. Para PO1 com um atendente, a probabilidade de não haver clientes no sistema é de 34% e, para PO2, 36%. A partir de 2 atendentes em diante a probabilidade de não haver clientes no sistema aumenta para 51%,52%,53% em diante para ambas as filas, e os valores de NS, TS, NF e TF diminuem. Deste modo, o posto de gasolina investigado possui o dimensionamento e equipamentos adequados para comportar sua demanda atual, além do número de atendentes adequados (um atendente para cada bomba de combustível).

Cabe destacar que ocorreram limitações referentes ao período de coleta dos dados disponíveis pela empresa. Ao se utilizar uma periodicidade maior seria possível examinar de uma melhor maneira a eficiência desse atendimento. Sugere-se assim, estudos futuros que utilizem dados com tempo de análise maior.

Conclui-se que a utilização da Teoria das Filas contribui para orientar o processo de atendimento de usuários e buscar sua eficiência, diminuindo a ociosidade e apresentando formas de melhorar a alocação de recursos nas operações de atendimento.

## REFERÊNCIAS

ANDRADE, E. L. **Introdução à pesquisa operacional**. 2ª edição. Editora LTC. Rio de Janeiro 2000.

ARENALES, Marcos et al. **Pesquisa Operacional**: para cursos de engenharia. 2. ed. São Paulo: Elsevier, 2015. 744 p.

CAETANO. M. A. L. **Teorias, técnicas e simulações em processos aleatórios**. 2013.

Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 35. 2015, Joinville. **APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS NO SISTEMA DE FILAS DE UMA EMPRESA DO RAMO DE PANIFICAÇÃO DE MÉDIO PORTE**. Fortaleza, Ce: Abepro, 2017. 14 f.

Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 37. 2017, Joinville. **APLICAÇÃO DA TEORIA DAS FILAS EM UMA REDE DE CINEMAS**. Joinville, Sc: Abepro, 2017. 14 f.

FOGLIATTI, M. C.; MATTOS, N. M. C. **Teoria das filas**. Editora Interciência, 2007

FOGLIATTI, M; BRUNS, R & SONCIM, S. **Pesquisa operacional: uma aplicação da teoria das filas a um sistema de atendimento**. Instituto Militar de Engenharia. ENEGEP, 2001.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 2002. 4 ed. São Paulo: Editora Atlas S.A., 2002

HARADA, Douglas Yugi Bocal. **Entendendo as Filas de Espera: Uma Abordagem para o Ensino Médio**. 2017. 64 f. Dissertação (Mestrado) - Curso de Matemática, Rede Nacional da Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, São José do Rio Preto, 2017.

PORTINOL, M. **Probabilidade, distribuição de Poisson**. 2005.

PRADO, D. **Teoria das Filas e da Simulação**. 5ª ed. Falconi, 2014

PRODANOV, Cleber Cristiano; FREITAS, Ernani Cesar de. **Metodologia do trabalho científico: Métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. 2013. 2 ed. Rio Grande do Sul: Editora Feevale, 2013.

TAHA, H. A. **OperationsResearch: AnIntroduction**, 9a ed. Pearson Prentice Hall, 2010.

WINSTON, W. L. **Operations research**, 4a ed., Duxbury Press, 2004.

YIN, Robert K. **Estudo de caso: Planejamento e métodos**. 2001. Tradução de Daniel Grassi. 2 ed. Porto Alegre: Bookman, 2001

ZILIO, A. F. **Testes qui-quadrado - aderência e independência**. 2012.