

# MÉTODO DE ANÁLISE EM REDES: O SUCESSOR DO MÉTODO DE ANÁLISE HIERÁRQUICA ?

**Valério Antonio Pamplona Salomon**

E-mail: [salomon@iem.efei.rmg.br](mailto:salomon@iem.efei.rmg.br) ou [itajuba@geocities.com](mailto:itajuba@geocities.com)

**José Arnaldo Barra Montevechi**

E-mail: [arnaldo@iem.efei.rmg.br](mailto:arnaldo@iem.efei.rmg.br)

Escola Federal de Engenharia de Itajubá - Av. BPS, 1303 - Itajubá/MG - CEP 37.500-000

## ABSTRACT

*Seventeen years after the publication of the eponymous book, the Analytic Hierarchy Process is a Multi-Criteria Decision Method worldwide used for private or public companies. However, in the last year this method's author has proposed in his new publication another method, the only one which can treat dependencies and feedback.*

*This paper introduces the Analytic Network Process, make some comparisons with the previous method within an example and concludes about its viability under practical situations.*

## KEYWORDS

*Decision Support, Multi-Criteria Decision Methods, AHP, ANP*

## 1. Introdução

Neste trabalho será apresentando um breve histórico sobre a origem do Método de Análise em Redes (ANP - *Analytic Network Process*). Em seguida, serão apresentadas, em detalhes, as fases para a execução do método. Serão feitas comparações com o Método de Análise Hierárquica (AHP - *Analytic Hierarchy Process*), através de exemplo ilustrativo. Finalmente, serão apresentadas conclusões sobre a aplicação do método.

## 2. Histórico

Nossa estória começa no início da década de 70, quando o exército, grandes empresas e o governo dos Estados Unidos representavam uma importante demanda por um método de auxílio à tomada de decisão, com suas importantes e complexas necessidades. Foi assim que a *Incorporated Expert Choice* foi fundada por experientes consultores, respeitados no meio acadêmico norte americano. Entre eles estavam o Dr. Thomas Saaty e o Dr. Ernest Forman, ambos professores da *Wharton Business School*.

Já no ano de 1975, o ANP começou a ser formulado. Cinco anos mais tarde, é publicado o livro do AHP (SAATY, 1980). O “Capítulo Oito” desta obra traria o desenvolvimento, até a data, do ANP com o título de “Prioridades em Sistemas com

*Feedback*”. Em 1983, foi lançado o *software* homônimo da empresa *Expert Choice*. Ambos, livro e *software*, tiveram importantes e decisivos papéis para a difusão do AHP em empresas do mundo todo – mais rapidamente nos EUA – e também no mundo acadêmico.

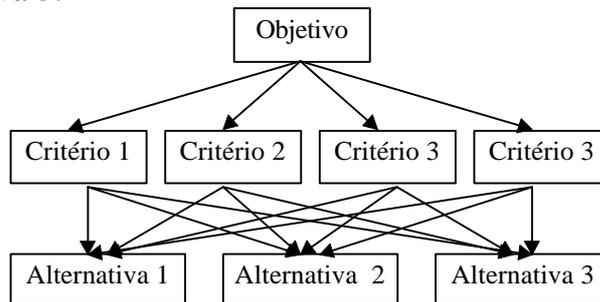
Em 1991, é publicada no Brasil a tradução do livro sobre o AHP (SAATY, 1991). O tradutor, Dr. Wainer S. Silva, da Universidade Federal Fluminense, preferiu utilizar o termo “método” para traduzir *process*. O livro atraiu interesse por parte de empresas e acadêmicos brasileiros. Curiosamente, a sigla “AHP” foi mantida pela maioria dos pesquisadores brasileiros. No ano passado, o ANP foi apresentado, publicamente, com o lançamento de seu livro homônimo por SAATY(1996).

Por questões de respeito à nomenclatura existente, neste artigo, que acredita-se ser a primeira obra em Português sobre o ANP, foram mantidos o termo “método” e a sigla ANP.

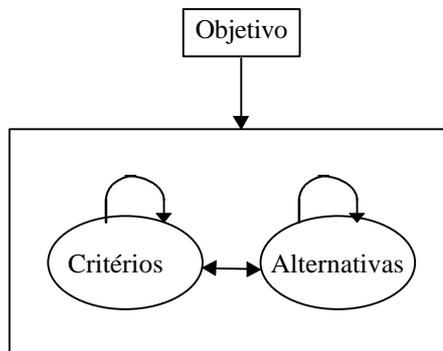
### 3. O Método de Análise em Redes

#### 3.1. Hierarquias x Redes

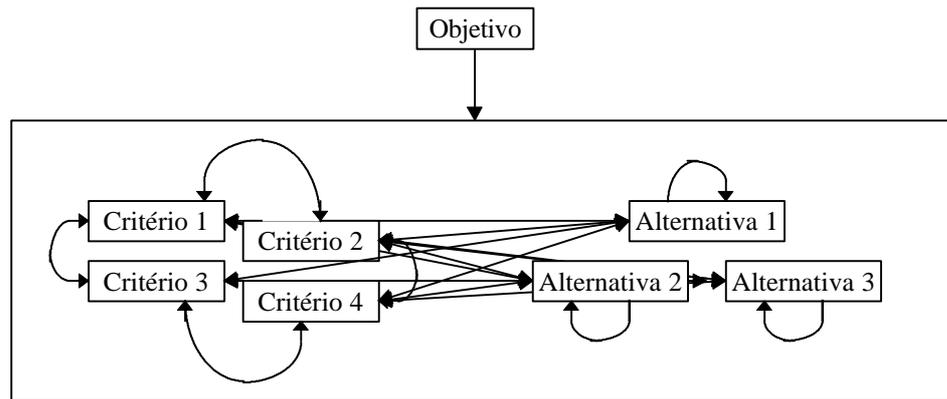
Para poder tratar as dependências entre os elementos de um mesmo nível hierárquico, os problemas passam a ser formulados em redes, e não mais em hierarquias. Ou seja, um problema de tomada de decisão analisado pelo AHP por uma hierarquia simples, com três níveis como a *figura 1* poderá ser analisado pelo ANP com a *rede* da *figura 2*, mais detalhada na *figura 3*.



**Figura 1.** Hierarquia com três níveis



**Figura 2.** Rede correspondente a uma hierarquia de três níveis.



**Figura 3.** Rede detalhada.

Da *figura 3* observamos que os dois grupos influenciam um ao outro e se influenciam, ou seja, ocorrem *feedback's* nos dois grupos. Estes *feedback's* ocorrem de maneira diferentes. No grupo dos critérios, cada critério influencia ao outro, mas não influencia a si mesmo. No grupo das alternativas, cada alternativa influencia a si mesma, mas não influencia às outras. Existe um terceiro tipo, chamado *feedback completo*, onde ocorrem as duas situações anteriores, simultaneamente.

A primeira situação de *feedback* tem como exemplo o setor energético norte-americano. As companhias de energia elétrica são influenciadas pelas indústrias de carvão, pois este é sua matéria-prima principal. Um aumento no preço do carvão afeta diretamente o valor do quilowatt-hora cobrado pelas companhias de energia elétrica. Por outro lado, as indústrias de carvão que utilizam muitos aparelhos e instrumentos elétricos sofrem um maior impacto no aumento da tarifa cobrado pelas companhias elétricas do que elas mesmas.

A segunda situação ocorre na análise de empresas ou indústrias auto-suficientes. Ainda é cedo para se dizer que o terceiro tipo de *feedback* é o mais comum dos três.

### 3.2. A Matriz de Alcance

Como foi mostrado pela *figura 3*, uma rede poderá possuir uma representação complexa, o que dificultará a análise da decisão. Uma maneira para simplificar a análise da rede se dá com o emprego das *matrizes de alcance*. Uma matriz de alcance é uma matriz binária onde todas as possíveis relações entre grupos ou elementos são representadas. Em uma rede existiram, portanto, duas matrizes de alcance: a *matriz de alcance global* (que apresenta as relações entre grupos) e a *matriz de alcance local* (com as relações entre os elementos).

Caso o grupo  $i$  influencie o grupo  $j$ , o elemento  $a_{ij}$  da matriz de alcance global receberá o valor 1; caso não influencie, receberá o valor 0. As *tabelas 1* e *2* trazem as matrizes de alcance global e local, respectivamente, para a rede apresentada nas *figuras 2* e *3*:

	Critérios	Alternativas
Critérios	1	1
Alternativas	1	1

**Tabela 1.** Matriz de alcance global

	C 1	C 2	C 3	C 4	A 1	A 2	A 3
Critério 1	0	1	1	1	1	1	1
Critério 2	1	0	1	1	1	1	1
Critério 3	1	1	0	1	1	1	1
Critério 4	1	1	1	0	1	1	1
Alternativa 1	1	1	1	1	1	0	0
Alternativa 2	1	1	1	1	0	1	0
Alternativa 3	1	1	1	1	0	0	1

**Tabela 2.** Matriz de alcance local

Observa-se que a matriz de alcance local vem dividida em quatro blocos. Cada bloco corresponde a um elemento da matriz de alcance global. Portanto, se a matriz de alcance global tiver um elemento nulo, então os elementos do bloco correspondente na matriz de alcance local serão todos nulos.

### 3.3. Julgamentos

Para se estabelecer as prioridades das alternativas deverão ser realizados julgamentos ao pares entre os grupos, e depois entre os elementos. Os julgamentos devem ser feitos sempre levando-se em consideração o objetivo da estrutura. Todos grupos deverão ser comparados entre si sobre sua influência, importância ou afinidade, relativa a cada grupo. Assim é obtido o número máximo de grupos que uma rede poderá ter: 9 grupos. Pois 9 é o limite psicológico de itens em comparações simultâneas (MILLER, 1956 apud SAATY, 1991). Os grupos também poderão ser formados por no máximo 9 elementos, uma vez que todos elementos de um grupo serão comparados entre si com relação a cada um dos elementos da rede.

O número de julgamentos aos pares necessários em comparações simultâneas é função do número  $n$  de objetos (grupos ou elementos) a serem comparados, conforme a equação 1. A tabela 3 traz os resultados possíveis para esta função.

$$n^{\circ} \text{ de julgamentos} = \frac{n(n-1)}{2} \quad (1)$$

Nº de objetos comparados	Nº de julgamentos necessários
1	0
2	1
3	3
4	6
5	10
6	15
7	21
8	28
9	36

**Tabela 3.** Número de julgamentos necessários

As matrizes de alcance podem fornecer, previamente, o número total de julgamentos necessários para a síntese dos resultados da rede. Na matriz de alcance global serão necessários julgamentos entre os elementos não nulos de cada coluna. Na matriz de alcance local serão necessários julgamentos entre os elementos não nulos de cada coluna em cada bloco.

Para as matrizes mostradas nas *tabelas 1.a e 1.b* serão necessários, respectivamente, 2 e 42 julgamentos. Portanto, a rede toda necessitaria de 44 julgamentos. A hierarquia da *figura 1* necessitaria de apenas 18 julgamentos para tratar o mesmo problema, mas sem considerar as interdependências entre os grupos e as alternativas e os *feedback's*.

### 3.4. Síntese dos Resultados

Poderão ser obtidos autovetores das matrizes das comparações simultâneas, entre os grupos e entre os elementos. Substituindo os componentes dos autovetores na matriz de alcance global, obtém-se a *matriz dos pesos (tabela 4)* e na matriz de alcance local obtém-se a *supermatriz (tabela 5)*.

	Critérios	Alternativas
Critérios	0,5	0,667
Alternativas	0,5	0,333

**Tabela 4.** Matriz dos pesos

	C 1	C 2	C 3	C 4	A 1	A 2	A 3
Critério 1	0	0,571	0,701	0,714	0,531	0,519	0,480
Critério 2	0,625	0	0,193	0,143	0,319	0,328	0,216
Critério 3	0,136	0,286	0	0,143	0,095	0,103	0,196
Critério 4	0,238	0,143	0,106	0	0,054	0,05	0,108
Alternativa 1	0,297	0,163	0,400	0,276	1	0	0
Alternativa 2	0,540	0,540	0,400	0,595	0	1	0
Alternativa 3	0,163	0,297	0,200	0,128	0	0	1

**Tabela 5.** Supermatriz

Multiplicando os pesos dos elementos em cada bloco da supermatriz pelo peso correspondente do bloco na matriz dos pesos, obtém-se a *supermatriz ponderada (tabela 6)*.

	C 1	C 2	C 3	C 4	A 1	A 2	A 3
Critério 1	0	0,286	0,351	0,357	0,354	0,346	0,320
Critério 2	0,313	0	0,097	0,072	0,213	0,219	0,144
Critério 3	0,068	0,143	0	0,072	0,063	0,069	0,131
Critério 4	0,119	0,072	0,053	0	0,036	0,033	0,072
Alternativa 1	0,149	0,082	0,200	0,138	0,333	0	0
Alternativa 2	0,270	0,270	0,200	0,298	0	0,333	0
Alternativa 3	0,082	0,149	0,100	0,064	0	0	0,333

**Tabela 6.** Supermatriz ponderada

A supermatriz ponderada é uma matriz estocástica quanto às colunas. Assim, esta matriz possuirá uma *matriz limite* (tabela 7), ou seja, suas potências convergirão para uma matriz estocástica com todas colunas iguais entre si (matriz limite).

	C 1	C 2	C 3	C 4	A 1	A 2	A 3
Critério 1	0,248	0,248	0,248	0,248	0,248	0,248	0,248
Critério 2	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176	0,176
Critério 3	0,081	0,081	0,081	0,081	0,081	0,081	0,081
Critério 4	0,064	0,064	0,064	0,064	0,064	0,064	0,064
Alternativa 1	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114	0,114
Alternativa 2	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225	0,225
Alternativa 3	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088	0,088

**Tabela 7.** Matriz limite

Normalizando-se a matriz limite, para que a soma de cada coluna em cada bloco seja igual a um, chega-se à *matriz final* (tabela 8) que fornece as prioridades das alternativas.

	C 1	C 2	C 3	C 4	A 1	A 2	A 3
Critério 1	0,436	0,436	0,436	0,436	0,436	0,436	0,436
Critério 2	0,309	0,310	0,310	0,309	0,309	0,310	0,310
Critério 3	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142	0,142
Critério 4	0,113	0,113	0,113	0,113	0,113	0,113	0,113
Alternativa 1	0,268	0,268	0,268	0,268	0,268	0,268	0,268
Alternativa 2	0,526	0,526	0,526	0,526	0,526	0,526	0,526
Alternativa 3	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206	0,206

**Tabela 8.** Matriz final

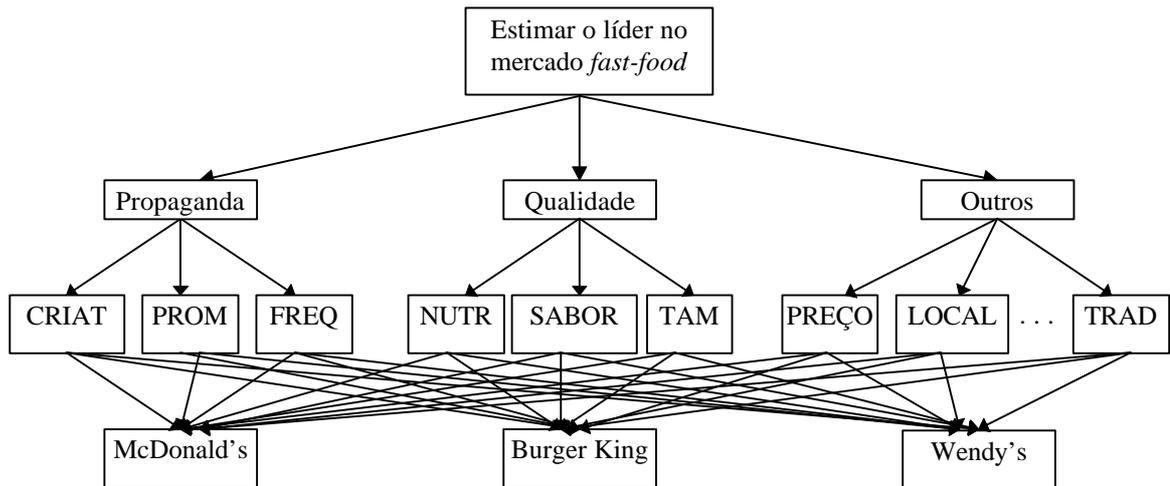
Da *tabela 6*, observa-se que a alternativa 2 será a preferida, com uma prioridade de 52,6% considerando o objetivo, as interdependências e os *feedback's* de sua rede.

#### 4. Exemplo

Suponha-se que deseja-se estimar qual a empresa americana é a líder no mercado interno de *fast-food*. A hierarquia mostrada na *figura 4* traz a estruturação deste problema pelo AHP.

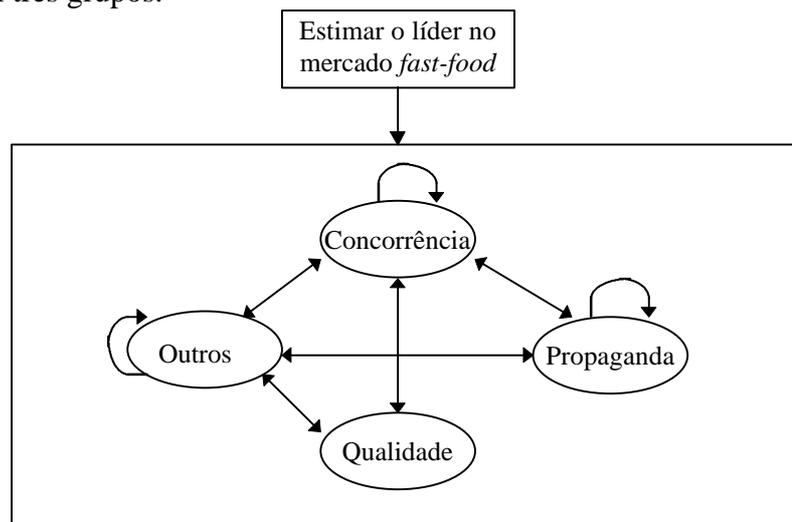
Portanto, três critérios foram utilizados para se obter esta estimativa. O primeiro, rotulado como *Propaganda*, é composto de três sub-critérios: a *criatividade* (rotulada como CRIAT) e a *freqüência* (FREQ) com que as empresas executam suas propagandas e as *promoções* (PROM) que elas oferecem. No segundo critério, *Qualidade*, a qualidade da comida dos restaurantes é analisada quanto à *nutrição* (NUTR), ao *sabor* (SABOR) e ao *tamanho* (TAM). O último critério, *Outros*, é formado por oito sub-critérios como o *preço* (PREÇO), a *localização* (LOCAL) e a *tradição* (TRAD). No último nível da hierarquia estão as empresas americanas mais conhecidas que atuam no ramo de *fast-food*: McDonald's, Burger King e Wendy's.

A existência de interdependências fica clara se for observado que, por exemplo, uma diminuição no preço do produto afeta à propaganda que a empresa veicula na criação de promoções, ou no aumento da freqüência. O que uma empresa faz pode afetar às outras, o que sugere a existência de *feedback's*.



**Figura 4.** Hierarquia para o problema do *fast-food*

A *figura 5* traz uma rede para a hierarquia da *figura 4*. Pode ser observado que cada critério se tornou um grupo. O grupo rotulado por *Concorrência* será formado pelas três empresas presentes no 4º nível hierárquico da *figura 4*. Nota-se também a presença de *feedback's* em três grupos.



**Figura 5.** Rede para o problema do *fast-food*

Para se chegar ao vetor de prioridades da hierarquia mostrada na *figura 4* seriam necessários 79 julgamentos. Uma hierarquia mais simples, com apenas três níveis hierárquicos e três critérios, necessitaria de 12 julgamentos. A rede mostrada na *figura 5* necessitaria de 624 julgamentos (22 julgamentos para a matriz dos pesos e mais 602 para a supermatriz).

Para diminuir o esforço do decisor, existem duas saídas, que podem ser tomadas isoladas ou de maneira conjunta: a departamentalização dos julgamentos e a utilização de técnicas de diminuição do número de julgamentos. Na *departamentalização* dos julgamentos, profissionais de propaganda fariam os julgamentos relativos à propaganda, os da cozinha julgariam em relação à qualidade da comida, e assim por diante. Todos realizariam os julgamentos da matriz dos pesos. É uma medida eficiente, pois seria aplicada nos julgamentos entre os elementos dos grupos, que são em maior número. Entre as técnicas de diminuição do número de julgamentos, merece ser citada a *Incomplete Pairwise Comparisons* proposta por HARKER (1987).

A *tabela 7* traz uma comparação realizada por SAATY (1996) entre os resultados obtidos pelas três estruturas com os valores reais obtidos pela vendas no mês de março de 1993 (MARKET SHARE REPORTER, 1994 apud SAATY 1996).

	Hierarquia Simples	Hierarquia Complexa	Rede	Verdadeiro
McDonald's	0,4640	0,5427	0,5603	0,5823
Burger King	0,2305	0,2689	0,2778	0,2857
Wendy's	0,3055	0,1884	0,1621	0,1320

**Tabela 8.** Comparação entre os resultados do AHP e do ANP

O resultado obtido utilizando-se o ANP está, claramente, mais próximo do que o obtido usando as duas outras estruturas.

## 5. Conclusão

A possibilidade da negociação de valores tangíveis com intangíveis era um dos grandes atrativos do AHP. A possibilidade da negociação de valores que não necessitam ser totalmente independentes é o grande atrativo do ANP.

No problema estudado, foi obtida uma maior precisão com o ANP do que com o AHP. Porém, o esforço para se chegar à decisão também aumentou muito. Ou seja, houve um elevado aumento do número de julgamentos necessários.

Como saída para a diminuição deste esforço, a departamentalização dos julgamentos torna o ANP um método de auxílio à decisão em grupo. SRISOEPARDANI (1996) comparou o AHP com outros métodos de auxílio à decisão em grupo (*brainstorming*, matriz de decisão, análise conjunta, etc.). O AHP se sobressaiu na comparação com os outros métodos nos critérios técnico, psicológico e lógico.

Estudos sobre o comportamento do ANP em tomadas de decisão em grupo, sobre a eficiência da aplicação de técnicas de diminuição do números de julgamentos necessários e estudos casos, surgem como propostas para novas pesquisas. Com elas espera-se responder se o ANP será o sucessor do ANP.

## 6. Referências Bibliográficas

- HARKER, P. T., "Incomplete Pairwise Comparisons in the Analytic Hierarchy Process", *Mathematical Modeling*, v. 9, n. 11, p. 837-848, 1987
- SAATY, T. L., **The Analytic Hierarchy Process: Planning, Priority, Setting and Resource Allocation**, McGraw-Hill, Inc., 1980
- SAATY, T. L., **Método de Análise Hierárquica**, Makron Books do Brasil Editora Ltda., 1991
- SAATY, T. L., **The Analytic Network Process: Decision Making With Dependence And Feedback**, RWS Publications, 1996
- SRISOEPARDANI, K. P., **The Possibility Theorem for Group Decision Making**, Katz Graduate School of Business, University of Pittsburgh, 1996